



中国海洋大学
OCEAN UNIVERSITY OF CHINA

硕士学位论文

MASTER DISSERTATION

论文题目: 基于多视图几何约束的大尺寸视觉测量技术研究

英文题目: Research on Large Scale Vision Measurement Technique
Based on Multiple View Geometry Adjustment

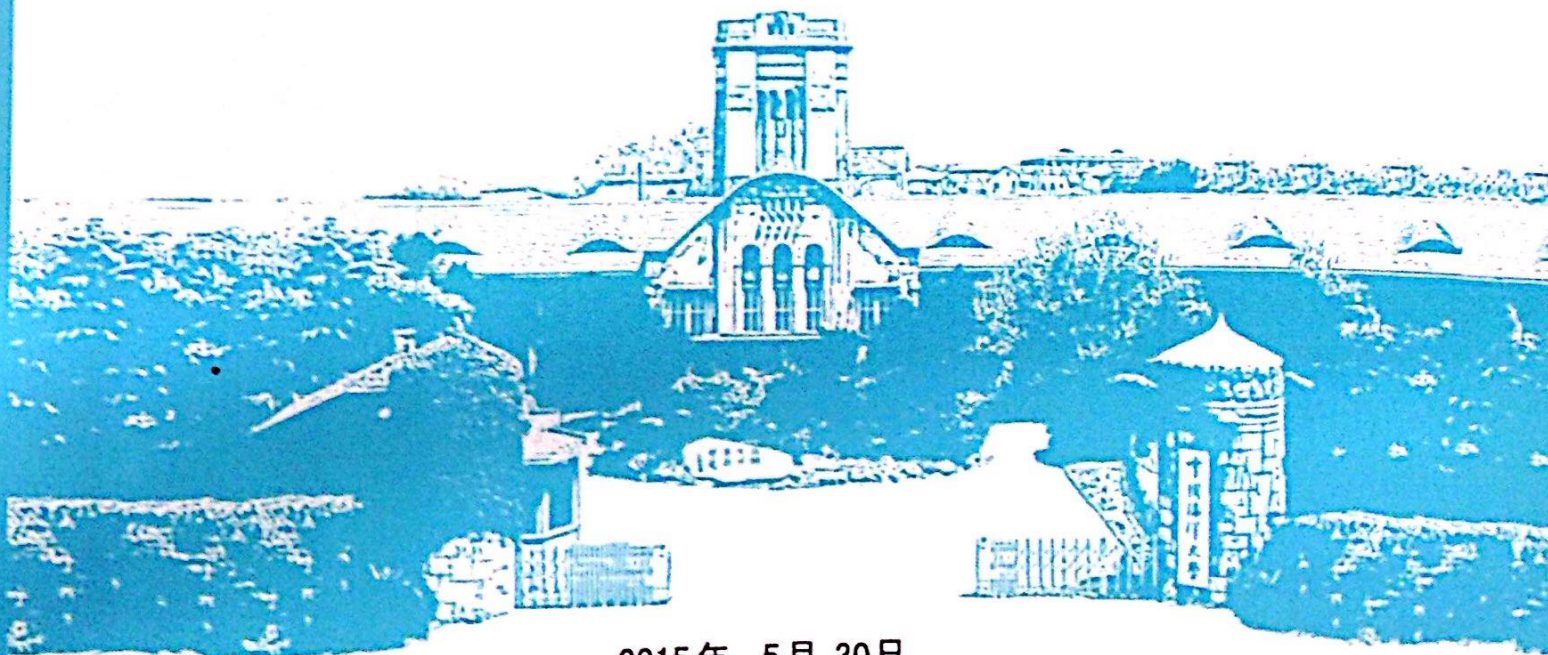
作者: 高翔

指导教师: 解则晓

学位类别: 全日制学术学位

专业名称: 控制理论与控制工程

研究方向: 机电控制与机器人技术



2015年 5月 30日

谨以此论文献给所有帮助过我的人

——高翔

基于多视图几何约束的大尺寸视觉测量技术研究

学位论文答辩日期: 2015.5.30

指导教师签字: 解和志

答辩委员会成员签字: 袁国

李东忠

李斌

李东时

周玉国

独 创 声 明

本人声明所呈交的学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。据我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含未获得(注：如没有其他需要特别声明的，本栏可空)或其他教育机构的学位或证书使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示谢意。


学位论文作者签名： 签字日期：2015 年 5 月 30 日


学位论文授权使用授权书

本学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，并同意以下事项：

1、学校有权保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和磁盘，允许论文被查阅和借阅。

2、学校可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。同时授权清华大学“中国学术期刊(光盘版)电子杂志社”于出版和编入 CNKI《中国知识资源总库》，授权中国科学技术信息研究所将本学位论文收录到《中国学位论文全文数据库》。(保密的学位论文在解密后适用本授权书)

学位论文作者签名：

导师签字：

签字日期：2015 年 5 月 30 日

签字日期：2015 年 5 月 30 日

基于多视图几何约束的大尺寸视觉测量技术研究

摘 要

针对传统视觉测量系统受相机分辨率及视场限制,不能兼顾测量空间及测量精度的问题,本文基于多视图几何约束原理,研究了一种现场条件下的大尺寸视觉测量技术。通过手持单个数码相机从不同方位对被测物体进行自由拍摄,求解粘贴于被测物体表面的标记点(包括编码点与非编码点)的三维坐标。该技术操作灵活方便,自动化程度高,可在较大的测量空间内维持较高的全局测量精度。

本文从原理分析及实验验证两方面对该测量技术进行了研究,主要工作如下:

1. 建立了数码相机的数学模型。分析了标记点的投影过程,建立了标记点空间位置与像面投影的数学关系,包含描述透视投影的线性模型以及描述镜头畸变的非线性模型。
2. 实现了标记点的提取及编码点的识别。根据标记点的成像特点,提出了六点法,实现了标记点的高效提取;通过分析编码点的仿射变换不变性,提出了等分椭圆内切圆法,实现了编码点的鲁棒识别。
3. 建立了各视图之间的转换关系。分析了对级几何原理,通过估计并分解本质矩阵 E 的方式求解公共编码点个数最多的两视图之间的转换关系,并对公共编码点进行三维重建。以两视图公共编码点重建结果为定位基准,通过线性求解的方式求解其余视图与定位基准之间的转换关系,采用多视图三维重建的方法更新定位基准中现有编码点的三维坐标及向定位基准中加入新编码点的三维坐标,直至建立各视图之间的转换关系并求出所有编码点的三维坐标。
4. 实现了非编码点的立体匹配。在各视图转换关系已知的前提下,通过多视图极线约束实现了非编码点的立体匹配,并采用多视图三维重建的方法求出所有非编码点的三维坐标。
5. 完成了测量系统的参数优化。在求解过程中,数码相机的内参数初值采用标称值,将其与求得各视图转换关系及标记点三维坐标作为待优化参数,采用 Levenberg-Marquardt (LM) 优化算法进行全局优化,得到各参数的最终结果。

关键词: 大尺寸视觉测量; 标记点提取; 编码点识别; 多视图转换关系建立; 多视图立体匹配; 多视图三维重建; LM 法优化

Research on Large Scale Vision Measurement Technique Based on Multiple View Geometry Adjustment

Abstract

Traditional vision measurement system cannot balance the measurement space with the measurement accuracy because of the restriction resolution and view field of the camera. A large scale vision measurement technique in field condition is presented based on multiple view geometry adjustment to solve the problem above. The 3D coordinates of the targets (including coded targets and uncoded targets) distributed on the object to be measured are calculated by taking images using a handheld digital camera from different orientation. The measurement technique is convenient and flexible in operation, and it has high degree of automation. Furthermore, it can maintain the overall measurement accuracy in a large measurement space.

Principle analysis and experiments verification to the measurement technique are conducted in this paper, the work of this paper is arranged as follows:

1. The mathematical model of the digital camera is established. The projection process of the targets is analyzed. The mathematical relationship between the spatial position and the projection in image plane of the targets is established, which includes the linear model of the perspective projection and the nonlinear model of the lens distortion.
2. The extraction of the targets and the recognition of the coded targets are accomplished. The efficient extraction of the targets is realized using a proposed 6-points algorithm according to their imaging features. The robust recognition of the coded targets is accomplished through a presented ellipse-incircle-division algorithm based on their invariance to the affine transformation.
3. The transformation relationship between each view is established. The epipolar geometry principle is analyzed and the transformation relationship between the two views that share the maximum common coded targets in number are calculated by the estimation and decomposition of the essential matrix E . Subsequently, 3D reconstruction is conducted to the common targets and the result is used as orientation reference. The transformation relationship between the other views and the orientation reference is calculated by linear method. Then, the 3D coordinates of the existing coded targets in the orientation reference are updated and those of the new coded targets are included in the orientation reference by multiple view 3D reconstruction

until the transformation relationship between each view is established and the 3D coordinates of all the coded targets are calculated.

4. The stereo matching of the uncoded targets is realized. The stereo matching of the uncoded targets is realized by multiple view epipolar constraint on the basis of the known transformation relationship between each view. Subsequently, the 3D coordinates of all the uncoded targets are calculated using multiple view 3D reconstruction.

5. The parameters optimization of the measurement system is completed. The nominal values of the digital camera are set as the initial values of the intrinsic parameters when optimization. The initial values of the digital camera intrinsic parameters together with the calculated transformation relationship between each view and 3D coordinates of all the targets are regarded as the parameters to be optimized. Levenberg-Marquardt (LM) optimization algorithm is used for global optimization and the final results of all the parameters are acquired.

Key words: Large scale vision measurement; Target extraction; Coded target recognition; Multiple view transformation relationship establishment; Multiple view stereo matching; Multiple view 3D reconstruction; LM algorithm optimization

目 录

1 绪论.....	1
1.1 背景意义.....	1
1.2 研究现状.....	3
1.3 研究内容.....	4
2 系统构成及测量原理.....	7
2.1 系统构成.....	7
2.2 工作流程.....	8
2.3 测量原理.....	9
3 数码相机数学模型.....	11
3.1 透视投影模型.....	11
3.2 畸变模型.....	13
4 标记点提取及编码点识别.....	15
4.1 标记点提取.....	15
4.1.1 近似成像中心定位.....	15
4.1.2 像素级边缘检测.....	15
4.1.3 亚像素级边缘检测.....	16
4.1.4 椭圆拟合.....	17
4.1.5 边缘点剔除.....	18
4.1.6 边缘筛选.....	19
4.2 编码点识别.....	20
4.3 实验验证.....	21
4.3.1 标记点提取实验.....	21
4.3.2 编码点仿射变换不变性验证实验.....	22
4.3.3 编码点识别实验.....	23
5 各视图转换关系建立.....	25
5.1 两视图转换关系建立.....	25
5.1.1 对级几何.....	25
5.1.2 基本矩阵 F	25
5.1.3 估计基本矩阵 F	26
5.1.4 本质矩阵 E	29
5.1.5 两视图三维重建.....	30
5.2 各视图转换关系建立.....	30
5.2.1 各视图与基准转换关系建立.....	30

5.2.2	多视图三维重建.....	31
5.2.3	各视图转换关系建立流程.....	31
5.3	LM 优化算法.....	32
5.3.1	问题描述.....	32
5.3.2	算法原理.....	33
5.3.3	实现过程.....	34
5.4	LM 法优化.....	34
5.5	实验验证.....	36
5.5.1	数码相机内参数优化实验.....	36
5.5.2	编码点世界坐标及各视图转换关系优化实验.....	36
6	非编码点三维重建.....	37
6.1	非编码点多视图立体匹配及三维重建.....	37
6.1.1	立体匹配原理.....	37
6.1.2	立体匹配流程.....	37
6.1.3	三维重建.....	38
6.2	LM 法优化.....	38
6.3	尺度空间恢复.....	40
6.4	实验验证.....	40
6.4.1	非编码点立体匹配实验.....	40
6.4.2	LM 法优化实验.....	40
6.4.3	尺度空间恢复实验.....	41
6.4.4	测量精度分析实验.....	41
7	结论与展望.....	43
7.1	结论.....	43
7.2	展望.....	44
	参考文献.....	45
	致 谢.....	49
	个人简历.....	51
	科研成果.....	53

1 绪论

1.1 背景意义

近年来，随着科学技术的发展及工业水平的提高，以加工制造业为主的不同行业，例如航空航天、车辆船舶、风电水电、模具制造等，对大尺寸、高精度三维外形轮廓测量技术提出了越来越高的要求。基于计算机视觉理论的视觉测量系统因具有非接触、成本低、效率高、自动化程度高以及测量精度高等优点，获得了广泛的应用^[1-4]。

传统的视觉测量系统有光笔式视觉测量系统^[5-6]及基于三坐标测量机的结构光扫描测量系统^[7]。

具有代表性的光笔式视觉测量系统是由挪威的 Metronor 公司推出的 SOLO（单摄像机）系统（如图 1-1 所示）及 DUO（双摄像机）系统（如图 1-2 所示）。



图 1-1 SOLO 系统



图 1-2 DUO 系统

光笔式视觉测量系统进行测量时，用光笔笔尖接触被测物体，通过求解光笔上各个发光特征点的三维坐标确定笔尖的空间位置，实现物体的三维测量，系统构成及测量原理简单。测量过程中相机与被测物体相对位置保持不变，测量结果均处于同一基准下，无需进行数据拼接。因此，受相机分辨率及视场（双摄像机测量系统为公共视场）限制，系统不能兼顾测量空间及测量精度。另外，该系统属于点测量方式，即单次测量仅能获得一个点的三维坐标，测量效率低。

基于三坐标测量机的结构光扫描测量系统（如图 1-3 所示）由一个线结构光传感器及一台三坐标测量机构成，三坐标测量机末端运动可精确控制。线结构光传感器单次测量可获得投射到被测物体上的一条激光线的三维信息，将线结构光

传感器置于三坐标测量机末端，由三坐标测量机拖带线结构光传感器进行扫描测量。三坐标测量机提供定位基准，可将线结构光传感器不同次测得的三维数据统一到一个基准下，实现物体的全尺寸测量，效率较高。然而，受三坐标测量机的工作空间限制，系统的测量范围有限；且由于三坐标测量机体积较大，难以实现物体的现场测量；另外，三坐标测量机造价昂贵，系统成本较高。



图 1-3 基于三坐标测量机的结构光扫描测量系统

基于标记点的移动式视觉测量系统^[8]可有效解决上述测量系统存在的不足，具有代表性的移动式视觉测量系统有加拿大 Creaform 公司的 Handyscan 3D 手持式扫描仪（如图 1-4 所示）及德国 GOM 公司的 ATOS 扫描仪（如图 1-5 所示）。



图 1-4 Handyscan 3D 手持式扫描仪



图 1-5 ATOS 扫描仪

移动式视觉测量系统以粘贴于被测物体上的标记点作为定位基准，将单次测量结果（结构光数据或光栅条纹数据）变换到标记点所在的基准之下，因此系统没有测量范围的限制，可实现大尺寸物体三维外形轮廓的高精度测量。另外，移动式视觉测量系统还具有成本较低、体积小、便携性好的优点，已成为当今主流的视觉测量方式。

然而，移动式视觉测量系统单次测量范围有限，需要由粘贴在被测物体上的标记点提供定位基准，否则测量结果会产生较大的累积误差。因此，在现场条件下对粘贴在大尺寸物体表面的标记点进行高精度测量具有重要的研究意义及实用价值。

1.2 研究现状

目前，国内外对标记点的大尺寸视觉测量技术均进行了较为深入的研究。

在国外，已有较为成熟的产品问世，具有代表性的是德国 GOM 公司的 TRITOP 测量系统（如图 1-6 所示），德国 Alcon 公司的 DPA 测量系统（如图 1-7 所示）以及美国 GSI 公司的 V-STARS 测量系统（如图 1-8 所示）。上述测量系统均可实现标记点的大尺寸、高精度三维测量，但由于其价格昂贵、技术垄断，使得上述测量系统在国内的应用受到限制。



图 1-6 TRITOP 测量系统



图 1-7 DPA 测量系统



图 1-8 V-STARS 测量系统

近年来，国内对标记点的大尺寸视觉测量技术也开展了相关研究，主要集中在高校进行，如南京航空航天大学^[9]，天津大学^[10]以及西安交通大学^[11]。部分公司也推出了相应产品，如西安新拓三维光测科技有限公司的 XTDP 测量系统（如图 1-9 所示）以及北京天远三维科技有限公司的 DigiMetric 测量系统（如图 1-10 所示）。总体来说，国内仍处于实验研究阶段，推出的产品在精度及稳定性方面较国外仍有一定差距。



图 1-9 XTDP 测量系统



图 1-10 DigiMetric 测量系统

1.3 研究内容

在上述分析的基础上，本文基于多视图几何约束原理，研究了一种现场条件下的大尺寸视觉测量技术。通过手持单个数码相机从不同方位对被测物体进行自由拍摄，在一个统一的基准下求解粘贴于被测物体表面的标记点的三维坐标，该技术操作灵活方便，自动化程度高，可在较大的测量空间内维持较高的全局测量精度。

本文从原理分析及实验验证两方面对基于多视图几何约束的大尺寸视觉测量技术进行了研究。本文的主要结构如下：

第一章 介绍课题研究背景及研究意义，综述国内外相关领域研究现状，概述主要研究内容。

第二章 介绍系统构成及测量原理。介绍了测量系统各部分构成及其具体作用；描述了测量系统的具体工作流程；概述了测量系统的多视图几何约束测量原理。

第三章 建立数码相机数学模型。建立了数码相机的透视投影模型以及镜头的畸变模型。

第四章 研究标记点提取方法与编码点识别方法。研究了基于六点法的标记点提取算法以及基于等分椭圆内切圆法的编码点识别算法。

第五章 研究各视图转换关系建立方法。研究了基于改进的八点法的估计基本矩阵算法，据此实现了两视图几何关系的建立；介绍了实现各视图转换关系的建立流程。

第六章 研究非编码点立体匹配方法。研究了基于多视图几何约束的非编码点立体匹配原理及流程，实现了非编码点的三维重建。

第七章 总结研究课题，展望进一步工作。

2 系统构成及测量原理

2.1 系统构成

本文研究的大尺寸视觉测量系统系统构成如图 2-1 所示。主要包括 4 部分：
1. 若干粘贴于被测物体表面的标记点，分为编码点和非编码点；2. 两条长度精确已知的标尺；3. 数码相机；4. 计算机。下面分别介绍各部分的作用：

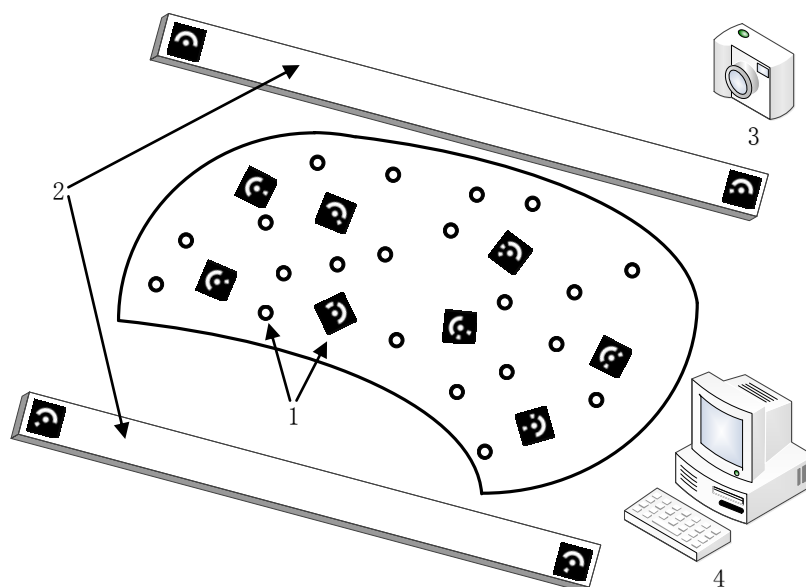


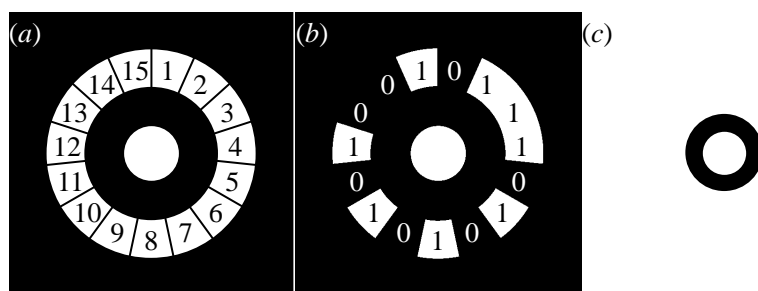
图 2-1 大尺寸视觉测量系统系统构成示意图

1. 标记点

编码点依附于黑色正方形背景，由白色中央圆形目标点（简称目标点）及与其同心的 N 等分黑白相间的编码带构成。编码点身份信息唯一，用于建立各视图间转换关系。以二进制 1、0 代表编码带的白色、黑色，由于解码方向、起始位置不同，同一编码点会对应不同码值。为保证编码点码值的连续性，采用 Forbes 等^[12]介绍的编码方式并加以改进。按逆时针方向，逐个移动解码起始位置，得到 N 个二进制码值及其对应的最小十进制数，将所有可能出现的十进制数按顺序排列构成码值查找表，每个编码点在查找表中对应的序号为其最终的码值。

采用 15 位编码点，其结构如图 2-2 (a) 所示。其中，3 个同心圆直径分别为 7mm、18mm、28mm，正方形背景边长为 38mm。为提高识别正确率，选用的编码点编码带均为 8 份白色、7 份黑色，即二进制码值均包括 8 个 1、7 个 0，图 2-2 (b) 为其中一个编码点示意图，其 N 个二进制码值对应的最小十进制数为 5469（对应二进制码值为 001010101011101）。通过遍历计算可知，满足上述条件的共有 429 种编码点，数量可满足测量要求。

非编码点由目标点及周围黑圈构成，是系统被测对象，用于表征被测物体表面相应位置的三维坐标。选用的非编码点黑圈内外直径分别为 6mm、10mm，结构如图 2-2 (c) 所示。



(a) 编码点结构示意图 (b) 单个编码点示意图 (c) 非编码点结构示意图

图 2-2 标记点示意图

2. 标尺

标尺两端粘贴有两个目标点中心距离精确已知的编码点，标尺在测量过程中提供度量标准，用于恢复测量结果的真实尺度空间。本文采用的两条标尺长度分别为 $L_1=1037.612\text{mm}$ 及 $L_2=1037.047\text{mm}$ 。

3. 数码相机

数码相机用于从不同方位对贴有标记点的被测物体进行图像拍摄，获取被测物体信息。本文采用日本 Nikon 公司的 D90 数码相机，相机分辨率为 $4288\text{pixel} \times 2848\text{pixel}$ ，像面尺寸为 $23.6\text{mm} \times 15.8\text{mm}$ ，拍摄图像时焦距应固定，此处设为 25mm 。

4. 计算机

计算机用于开发测量系统软件，包括读取图像、算法实现、误差分析等。本文采用的计算机操作系统为 64 位 Windows 7，计算机内存为 4GB。系统软件基于 Microsoft Visual Studio 2008 开发环境编写。

2.2 工作流程

1. 在被测物体上随机粘贴若干编码点与非编码点。编码点的作用仅为建立各视图间转换关系，因此数量无需过多，但分布应较为均匀；非编码点可根据需求确定数量，在被测物体表面曲率较大处可适当增加非编码点密度。
2. 在被测物体两端放置长度精确已知的标尺。标尺的长度应与被测物体尺寸相近。
3. 手持数码相机对粘贴有标记点的被测物体进行拍摄。应从不同方位进行多次拍摄，拍摄时应保证各图像中标记点数量，且应保证被测物体各部分均进行了多次拍摄。
4. 将获取的图像读入计算机，通过系统测量软件得到测量结果并进行误差分析。

2.3 测量原理

大尺寸视觉测量技术测量原理如图 2-3 所示， C_m 、 P_n 分别表示粘贴于被测物体表面上的 m 个编码点和 n 个非编码点， O_l 表示测量过程中的 $l+1$ 个视图。获取标记点在各个视图中的图像坐标及编码点的码值信息。设以视图 O_0 为定位基准，建立世界坐标系，根据公共编码点的图像坐标，建立各视图之间的几何约束关系，确定其余各视图与基准视图 O_0 之间的转换关系 R_k 、 $t_k(k=1,2,\dots,l)$ ，并获取编码点的三维坐标。根据各视图之间的转换关系，对非编码点进行立体匹配及三维重建，获取非编码点的三维坐标。

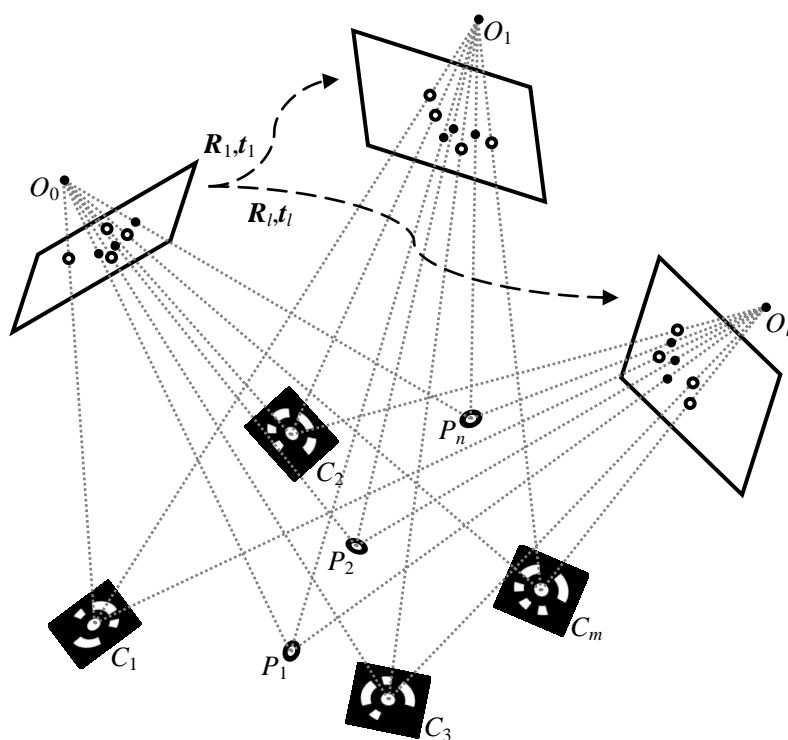


图 2-3 大尺寸视觉测量技术测量原理

3 数码相机数学模型

3.1 透视投影模型

为使视觉测量系统实现测量，首先需要建立某点的空间位置与其投影的图像位置之间的关系，即建立数码相机的数学模型。其中，透视投影模型对数码相机光学成像几何关系进行了简化，应用最为广泛^[13]。透视投影模型示意图如图 3-1 所示。

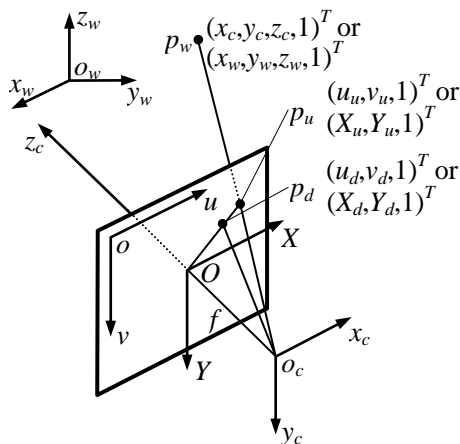


图 3-1 透视投影模型示意图

数码相机成像过程本质上是不同坐标系之间变换过程。为了定量描述成像过程，首先定义以下四个坐标系：图像坐标系 ouv 、像面坐标系 OXY 、相机坐标系 $O_c x_c y_c z_c$ 及世界坐标系 $O_w x_w y_w z_w$ 。

1. 图像坐标系 ouv

图像坐标系为定义在计算机内部数字图像上的二维坐标系，图像左上角为原点 o ，图像行方向为 u 轴，列方向为 v 轴。图像坐标系用于描述空间点在图像上的成像位置，单位为 pixel。

2. 像面坐标系 OXY

像面坐标系为定义在相机感光平面（像面）上的二维坐标系，光轴与像面交点为原点 O ，像面行方向为 X 轴，列方向为 Y 轴。像面坐标系用于描述空间点在像面上的投影位置，单位为 mm。

3. 相机坐标系 $O_c x_c y_c z_c$

相机坐标系为定义在数码相机上的三维坐标系，光心为原点 O_c ， x_c 、 y_c 轴分别平行于像面坐标系的 X 、 Y 轴，光轴为 z_c 轴。相机坐标系用于描述空间点与数码相机的相对位置，单位为 mm。

4. 世界坐标系 $O_w x_w y_w z_w$

世界坐标系为定义在客观世界某一位置上的三维坐标系，原点为 O_w ，三个坐标轴分别为 x_w 、 y_w 、 z_w 。世界坐标系用于描述空间点的绝对位置，单位为 mm。

下面推算各坐标系之间的转换关系，为方便矩阵运算，在此均用齐次坐标形式描述。如图 3-1 所示，设空间中一点 p_w 在相机坐标系 $o_c x_c y_c z_c$ 及世界坐标系 $o_w x_w y_w z_w$ 中的齐次坐标分别为 $(x_c, y_c, z_c, 1)^T$ 及 $(x_w, y_w, z_w, 1)^T$ ，点 p_w 不考虑镜头畸变的理想成像点为点 p_u ， p_u 在图像坐标系 ouv 及像面坐标系 OXY 中的齐次坐标分别为 $(u_u, v_u, 1)^T$ 及 $(X_u, Y_u, 1)^T$ 。

1. $OXY \rightarrow ouv$:

$$\begin{pmatrix} u_u \\ v_u \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_x & 0 & u_0 \\ 0 & N_y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_u \\ Y_u \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3-1)$$

其中， (u_0, v_0) 为像面坐标系 OXY 原点 O 在图像坐标系 ouv 下的坐标， N_x 、 N_y 为单位长度 (mm) 沿像面坐标系 X 轴、 Y 轴方向上的像素个数。

2. $o_c x_c y_c z_c \rightarrow OXY$:

$$z_c \begin{pmatrix} X_u \\ Y_u \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3-2)$$

其中， f 为数码相机有效焦距。

3. $o_w x_w y_w z_w \rightarrow o_c x_c y_c z_c$:

$$\begin{pmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_1 & r_2 & r_3 & t_x \\ r_4 & r_5 & r_6 & t_y \\ r_7 & r_8 & r_9 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3-3)$$

其中， \mathbf{R}, \mathbf{t} 表示世界坐标系 $o_w x_w y_w z_w$ 到相机坐标系 $o_c x_c y_c z_c$ 之间的刚体变换关系， \mathbf{R} 为旋转矩阵， \mathbf{t} 为平移矢量。

4. $o_w x_w y_w z_w \rightarrow ouv$:

联立式 (3-1)、(3-2)、(3-3)，可得世界坐标系 $o_w x_w y_w z_w$ 到图像坐标系 ouv 之间的转换关系。

$$z_c \begin{pmatrix} u_u \\ v_u \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} fN_x & 0 & u_0 \\ 0 & fN_y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_1 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_2 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{K}(\mathbf{R} \quad \mathbf{t}) \begin{pmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3-4)$$

$$= \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{M} \begin{pmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{pmatrix}$$

式(3-4)称为投影方程。其中, \mathbf{K} 由 u_0 、 v_0 、 N_x 、 N_y 、 f 等内部参数决定, 只与数码相机内部结构有关, 称为内参数矩阵。 $(\mathbf{R} \mathbf{t})$ 由世界坐标系到相机坐标系之间的变换关系 \mathbf{R}, \mathbf{t} 决定, 称为外参数矩阵。 \mathbf{M} 为 \mathbf{K} 、 $(\mathbf{R} \mathbf{t})$ 的乘积, 称为投影矩阵, 用于表示世界坐标系 $o_w x_w y_w z_w$ 到图像坐标系 ouv 之间的转换关系。

3.2 畸变模型

在数码相机成像过程中, 由于镜头存在畸变, 使成像不完全符合 3.1 节中介绍的透视投影模型。如图 3-1 所示, 实际成像点 p_d 较理想成像点 p_u 会有一些的位置偏差。 p_d 在图像坐标系 ouv 及像面坐标系 OXY 中的齐次坐标分别为 $(u_d, v_d, 1)^T$ 及 $(X_d, Y_d, 1)^T$ 。 p_d 与 p_u 的位置关系即为镜头畸变模型^[14], 如下式所示:

$$\begin{cases} X_u = (1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6 + \dots) X_d + p_1 (2X_d^2 + r^2) + 2p_2 X_d Y_d \\ Y_u = (1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6 + \dots) Y_d + 2p_1 X_d Y_d + p_2 (2Y_d^2 + r^2) \end{cases} \quad (3-5)$$

其中, $k_i (i=1, 2, \dots)$ 为径向畸变系数, p_1 、 p_2 为切向畸变系数, 畸变系数与 3.1 节中描述的 u_0 、 v_0 、 N_x 、 N_y 、 f 等内部参数统称为数码相机的内部参数。 r 为在像面坐标系 OXY 中点 p_d 到光心 O 的距离:

$$r = \sqrt{X_d^2 + Y_d^2} = \sqrt{\left(\frac{u_d - u_0}{N_x}\right)^2 + \left(\frac{v_d - v_0}{N_y}\right)^2} \quad (3-6)$$

在实际测量中, 从第三项 $k_3 r^6$ 起的径向畸变及切向畸变的影响可以忽略不计, 因此式(3-5)可简化为:

$$\begin{cases} X_u = (1 + k_1 r^2 + k_2 r^4) X_d \\ Y_u = (1 + k_1 r^2 + k_2 r^4) Y_d \end{cases} \quad (3-7)$$

上式也可通过点 p_d 的图像坐标进行描述:

$$\begin{cases} u_u = (1 + k_1 r^2 + k_2 r^4)(u_d - u_0) + u_0 \\ v_u = (1 + k_1 r^2 + k_2 r^4)(v_d - v_0) + v_0 \end{cases} \quad (3-8)$$

通过式(3-8)可知, 若已知实际成像点齐次坐标 $(u_d, v_d, 1)^T$ 及数码相机内部参数 u_0 、 v_0 、 N_x 、 N_y 、 k_1 、 k_2 , 便可推算出理想成像点的齐次坐标 $(u_u, v_u, 1)^T$ 。

4 标记点提取及编码点识别

标记点提取及编码点识别是测量系统的基础，直接影响最终测量结果。因此，需要一种高效的标记点提取算法与鲁棒的编码点识别算法，提出的基于六点法的标记点提取算法以及基于等分椭圆内切圆法的编码点识别算法可满足上述要求。

4.1 标记点提取

标记点提取主要包括如下六部分：近似成像中心定位、像素级边缘检测、亚像素级边缘检测、椭圆拟合、边缘点剔除、边缘筛选。

4.1.1 近似成像中心定位

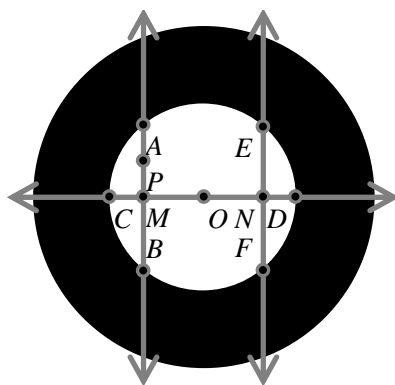


图 4-1 六点法具体过程示意图

通过提出的六点法^[15]实现目标点近似成像中心定位。如图 4-1 所示，6 个定位点 (A-F) 均位于目标点成像边缘，算法的具体过程描述如下。对图像进行隔行隔列扫描，当扫描至目标点成像区域内部（以点 P 为例）时，向上扫描图像，得到定位点 A，判断条件如下式所示：

$$\begin{cases} ip_{i,j+1} > ip_{i,j} > ip_{i,j-1} \\ ip_{i,j+1} - ip_{i,j-1} > TH \end{cases} \quad (4-1)$$

其中， ip_{ij} 为图像坐标为 (i,j) 的像素点的灰度值， TH 为判断阈值，需要根据具体成像情况进行确定，取 $TH=30$ 。

以 A 为基准，向下扫描图像，得到定位点 B；以 A、B 中点 M 为基准，向左向右扫描图像，得到定位点 C、D；求取 M 关于 C、D 中点 O 的对称点 N，以 N 为基准，向上向下扫描图像，得到定位点 E、F。6 个定位点求取过程均基于上述判断条件并根据扫描方向作相应改动，对已求得的 6 个定位点进行最小二乘圆拟合，圆心即为近似成像中心。

4.1.2 像素级边缘检测

像素级边缘检测的具体过程如图 4-2 所示，以标记点近似成像中心为基准，限制左右扫描范围，在成像区域内进行上下边缘检测，将满足判断条件的像素点

分别记为标记点上下像素级边缘点，判断条件同式（4-1）。左右边缘检测具体过程类似于上下边缘检测，只需将判别条件与扫描范围做相应改动即可。

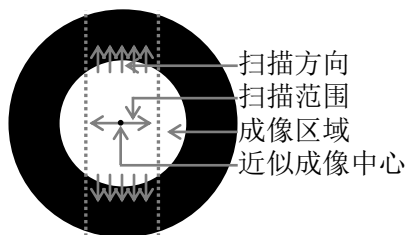


图 4-2 像素级边缘检测示意图

上述像素级边缘检测算法基于近似成像中心，只对标记点成像区域进行检测，速度快且不会检测到标记点之外的“伪边缘点”。

4.1.3 亚像素级边缘检测

在像素级边缘检测基础上采用 Zernike 正交矩法^[16-18]进行亚像素级边缘检测，得到亚像素边缘。亚像素边缘检测时需要建立阶跃边缘模型，如图 4-3 所示，其中， k 为边缘阶跃灰度高度， h 为背景灰度高度， l 为像素中心到真实边缘的距离， φ 为像素中心到真实边缘垂线与 x 轴的夹角。Zernike 正交矩法通过图像各阶正交矩计算上述阶跃边缘模型的 4 个参数，进而求取像素级边缘对应的亚像素边缘。

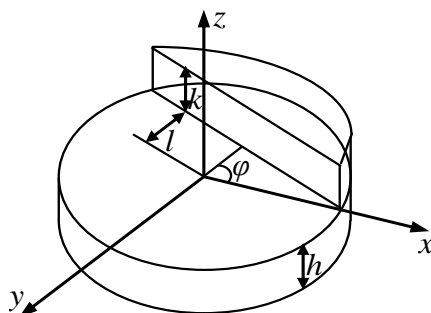


图 4-3 阶跃边缘模型示意图

阶跃边缘模型 4 个参数的计算公式为：

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi = \tan^{-1} \left(\frac{\text{Im}[A_{11}]}{\text{Re}[A_{11}]} \right) \\ l = A_{20} / A'_{11} \\ k = \frac{3A'_{11}}{2(1-l^2)^{3/2}} \\ h = \frac{A_{00} - \frac{k\pi}{2} + k \sin^{-1} l + kl\sqrt{1-l^2}}{\pi} \end{array} \right. \quad (4-2)$$

式中， A_{00} 、 A_{11} 和 A_{20} 分别为图像各阶 Zernike 矩，其中， A_{11} 为复数矩， $\text{Re}[A_{11}]$ 、 $\text{Im}[A_{11}]$ 分别为其实部、虚部， A'_{11} 为边缘顺时针旋转 φ 后的 A_{11} ，即：

$$A'_{11} = \text{Re}[A_{11}] \cos \varphi + \text{Im}[A_{11}] \sin \varphi \quad (4-3)$$

若点 (x,y) 为像素级边缘点，该点对应的亚像素坐标为 (x',y') ，则：

$$\begin{cases} x' = x + Nl \cos \varphi / 2 \\ y' = y + Nl \sin \varphi / 2 \end{cases} \quad (4-4)$$

其中， N 为模板尺寸。

由式(4-2)、式(4-3)及式(4-4)可知，通过计算 $\text{Re}[A_{11}]$ 、 $\text{Im}[A_{11}]$ 及 A_{20} 可实现亚像素级边缘检测。通过各阶 Zernike 矩模板与像素级边缘点的邻域进行卷积即可求出各阶 Zernike 矩，本文采用 5×5 模板，各模板系数如表 3-1 所示。

表 4-1 Zernike 矩模板系数

-0.0147	-0.0469	0.0000	0.0469	0.0147
-0.0933	-0.0640	0.0000	0.0640	0.0933
-0.1253	-0.0640	0.0000	0.0640	0.1253
-0.0933	-0.0640	0.0000	0.0640	0.0933
-0.0147	-0.0469	0.0000	0.0469	0.0147

$\text{Re}[A_{11}]$ 模板

-0.0147	-0.0933	-0.1253	-0.0933	-0.0147
-0.0469	-0.0640	-0.0640	-0.0640	-0.0469
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0469	0.0640	0.0640	0.0640	0.0469
0.0147	0.0933	0.1253	0.0933	0.0147

$\text{Im}[A_{11}]$ 模板

0.0177	0.0595	0.0507	0.0595	0.0177
0.0595	-0.0492	-0.1004	-0.0492	0.0595
0.0507	-0.1004	-0.1516	-0.1004	0.0507
0.0595	-0.0492	-0.1004	-0.0492	0.0595
0.0177	0.0595	0.0507	0.0595	0.0177

A_{20} 模板

4.1.4 椭圆拟合

根据高等几何知识，空间圆形特征经过透视投影变换会退化为椭圆特征^[19]。因此，需要对求取的亚像素边缘进行椭圆拟合，实现空间目标点成像中心的提取。本文采用线性最小二乘的方法实现椭圆拟合^[20,21]。

平面内椭圆曲线的一般方程为：

$$x^2 + Axy + By^2 + Cx + Dy + E = 0 \quad (A^2 - 4B < 0) \quad (4-5)$$

设 $P_i(x_i, y_i)(i=1, 2, \dots, N)$ 为 $N(N \geq 5)$ 个求取的边缘点，根据最小二乘原理，构造目标函数：

$$F = \sum_{i=1}^N (x_i^2 + Ax_i y_i + By_i^2 + Cx_i + Dy_i + E)^2 \quad (4-6)$$

通过求目标函数 F 的最小值来估计椭圆参数，为使 F 最小，根据极值原理，应有：

$$\frac{\partial F}{\partial A} = \frac{\partial F}{\partial B} = \frac{\partial F}{\partial C} = \frac{\partial F}{\partial D} = \frac{\partial F}{\partial E} = 0 \quad (4-7)$$

由此可得如下线性方程组：

$$\begin{pmatrix} \sum_{i=1}^N x_i^2 y_i^2 & \sum_{i=1}^N x_i y_i^3 & \sum_{i=1}^N x_i^2 y_i & \sum_{i=1}^N x_i y_i^2 & \sum_{i=1}^N x_i y_i \\ \sum_{i=1}^N x_i y_i^3 & \sum_{i=1}^N y_i^4 & \sum_{i=1}^N x_i y_i^2 & \sum_{i=1}^N y_i^3 & \sum_{i=1}^N y_i^2 \\ \sum_{i=1}^N x_i^2 y_i & \sum_{i=1}^N x_i y_i^2 & \sum_{i=1}^N x_i^2 & \sum_{i=1}^N x_i y_i & \sum_{i=1}^N x_i \\ \sum_{i=1}^N x_i y_i^2 & \sum_{i=1}^N y_i^3 & \sum_{i=1}^N x_i y_i & \sum_{i=1}^N y_i^2 & \sum_{i=1}^N y_i \\ \sum_{i=1}^N x_i y_i & \sum_{i=1}^N y_i^2 & \sum_{i=1}^N x_i & \sum_{i=1}^N y_i & N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^N x_i^3 y_i \\ \sum_{i=1}^N x_i^2 y_i^2 \\ \sum_{i=1}^N x_i^3 \\ \sum_{i=1}^N x_i^2 y_i \\ \sum_{i=1}^N x_i^2 \end{pmatrix} \quad (4-8)$$

通过全选主元高斯消去法^[22]对式(4-8)中线性方程组进行求解，可以得到椭圆参数 $(A, B, C, D, E)^T$ ，进而可计算出椭圆的5个基本参数：

$$\left\{ \begin{array}{l} x_0 = \frac{2BC - AD}{A^2 - 4B} \\ y_0 = \frac{2D - AC}{A^2 - 4B} \\ a = \sqrt{\frac{2(ACD - BC^2 - D^2 + 4BE - A^2E)}{(A^2 - 4B)(B - \sqrt{A^2 + (1-B)^2} + 1)}} \\ b = \sqrt{\frac{2(ACD - BC^2 - D^2 + 4BE - A^2E)}{(A^2 - 4B)(B + \sqrt{A^2 + (1-B)^2} + 1)}} \\ \theta = \tan^{-1} \frac{A}{1 - B - \sqrt{A^2 + (1-B)^2}} \end{array} \right. \quad (4-9)$$

其中， (x_0, y_0) 为中心坐标， a 、 b 为半长轴、半短轴， θ 为姿态角。式(4-9)中 θ 算法避免了其他算法^[20,21]中求平方根导致的二义性问题。

4.1.5 边缘点剔除

因图像采集时会受到噪声干扰，对标记点边缘的灰度变化产生影响，经过亚像素边缘检测后，会产生与真实边缘偏差较大的“干扰点”。需要对此种“干扰点”进行剔除，之后再行椭圆拟合，获取更为准确的椭圆中心。

边缘点剔除的过程，实际上就是对所有边缘点进行椭圆拟合处理，并求出每个边缘点到此椭圆的距离，将距离较大的边缘点舍去的过程。因此，要进行边缘点剔除，需要先计算边缘点到拟合椭圆的距离。点到椭圆的距离定义为：以此点为圆心的，与椭圆相切的半径最小圆的半径。通过此种方式计算，推导复杂且计算量大，为保证处理速度，本文采用了另一种更加高效的距离估算方法，如图 4-4 所示。

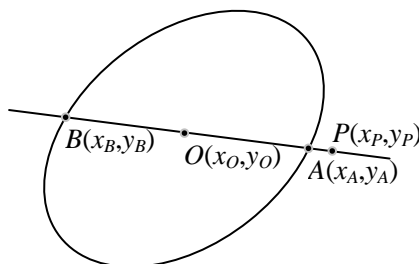


图 4-4 点到椭圆距离估算示意

设拟合椭圆中心为点 $O(x_O, y_O)$ ，点 $P(x_P, y_P)$ 为某一参与椭圆拟合的边缘点，直线 PO 与椭圆交于两点 A 、 B ，由于目标点成像区域近似于圆，边缘点到拟合椭圆的距离可由 $|PA|$ 、 $|PB|$ 中较小者近似代替。

传统的边缘点剔除方法为，设定距离阈值，求每个参与椭圆拟合的边缘点到拟合椭圆的距离，将距离大于距离阈值的边缘点舍去，完成边缘点的剔除。此种方法存在两个问题，第一，距离阈值不好确定，尤其当目标点成像大小变化时，难以通过此种方式达到好的剔除效果；第二，椭圆拟合时“干扰点”对结果影响较大，通过设定距离阈值，对参与拟合的边缘点仅进行一次筛选，可能会将“干扰点”周围“可用点”一同舍去，影响椭圆中心定位精度。

针对上述问题，本文提出了一种动态边缘点剔除方法。对当前所有边缘点进行椭圆拟合，存储拟合椭圆参数，并求出所有边缘点到拟合椭圆的距离，将距离最大的一个边缘点舍去，重复上述步骤，直至不满足剔除条件为止，剔除条件如下式所示：

$$\begin{cases} |O_{i-1}O_i| > D \\ i < N \end{cases} \quad (4-10)$$

其中， O_i 为第 i 次椭圆拟合得到的椭圆中心位置， D 为距离阈值，取 $D=0.01$ ， N 为次数阈值，取 $N=15$ 。

4.1.6 边缘筛选

对完成椭圆拟合的边缘按照如下准则进行筛选：

1. 提取精度，椭圆拟合偏差应足够小；
2. 边缘点分布，边缘点应较为均匀的分布在椭圆圆周；
3. 边缘点个数，边缘点个数应足够多；

4. 椭圆形状，椭圆长短轴之比应足够小，半短轴应足够大；
5. 成像位置，椭圆不能太靠近图像边界。

满足上述条件的边缘为有效边缘，保存其椭圆参数并进行编码点识别处理。

4.2 编码点识别

对于透视投影，当目标点到光心的距离远大于其自身深度时，目标点成像小邻域内可用平行投影近似描述，即符合仿射变换^[12]。目标点与编码带内圆为同心圆，成像示意图如图 4-5 所示。平面 π 为成像面， Γ_1 、 Γ_2 分别为目标点与编码带内圆， Γ_3 、 Γ_4 分别为对应的成像椭圆，因成像符合仿射变换， Γ_3 、 Γ_4 中心重合，姿态角相等，且 Γ_1 、 Γ_2 与 Γ_3 、 Γ_4 的大小关系等比。

当椭圆中心、姿态角不变，长、短轴变为原来的 n 倍时，根据式 (4-9) 可推出，椭圆参数 A 、 B 、 C 、 D 不变，而：

$$E_1 = \frac{(n^2 - 1)(ACD - BC^2 - D^2)}{4B - A^2} + n^2 E \quad (4-11)$$

其中 E_1 为变换后的椭圆参数。因此，在获得目标点成像椭圆方程后，根据编码点实际物理尺寸，可求出编码带中间圆的近似成像椭圆方程，用于解码，此时 $n=23/7$ 。

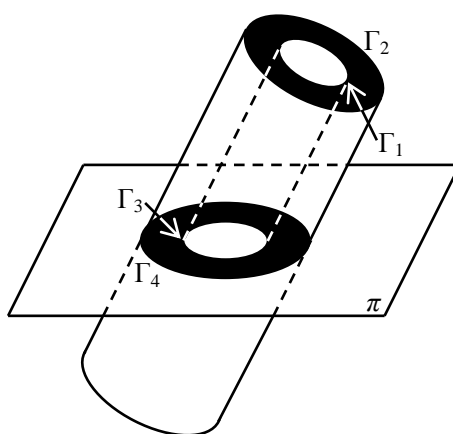


图 4-5 目标点与编码带内圆成像示意图

在分析编码点的仿射变换不变性的基础上，提出了基于等分椭圆内切圆法的识别算法^[23]，原理如图 4-6 所示。设 Γ_1 为目标点，中心为 O_1 ， Γ_2 为 Γ_1 成像椭圆， Γ_3 为 Γ_2 内切圆， Γ_2 、 Γ_3 中心均为 O_2 。以 O_1 、 O_2 为端点的射线自水平逆时针旋转，当旋转角度为 θ 时，射线与 Γ_1 、 Γ_2 、 Γ_3 交点分别为 A 、 B 、 C ，过 B 作 O_1O_2 的平行线，记与 Γ_2 交点中距 B 较近的为 D 。根据图 4-5 分析可知， A 的成像点为 D 而非 C 。

由于编码带按角度等分，在编码带中间圆上选择解码起点（如成像椭圆与其长轴交点），沿逆时针方向，每次旋转 24° ，按照图 4-6 方法求取成像点（即 D ）坐标，并将其灰度值依次与解码阈值进行比较，大于解码阈值则将此位二进制码

值置为 1，否则置为 0。解码阈值取目标点灰度值与背景灰度值的平均值。得到 15 位二进制码值后，进行循环移位操作并求出其对应的最小十进制数。将该十进制数在码值查找表中进行查找，若找到则该点在查找表中的序号即为其最终码值，识别完成；若未找到则说明该点为非编码点。

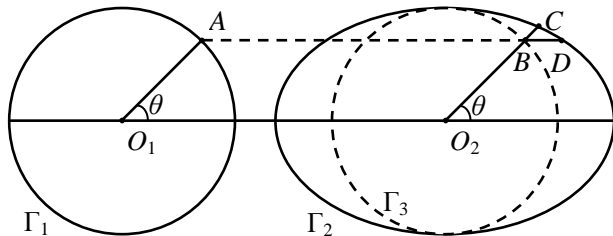


图 4-6 编码点识别原理示意图

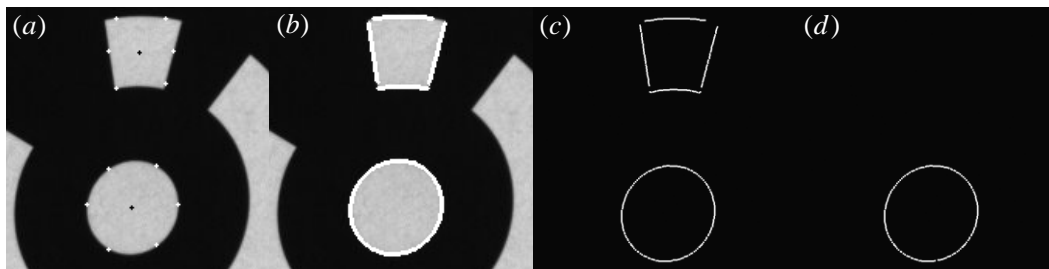
关于编码点识别算法，还有两点需要说明：

1. 在求取成像点坐标时，得到的结果并非整数，因此其灰度值需要根据邻近 4 个像素点采用双线性插值法进行计算；
2. 解码起点选择的不确定可能导致求取的成像点恰好位于编码带每份的交界处，导致解码失败，因此需要适当移动解码起点进行多次解码，此处取 5 次，对求出的最小十进制数众数进行码值查找。

4.3 实验验证

4.3.1 标记点提取实验

读取包含标记点的图像，采用 4.1 节介绍的算法进行提取实验，选取其中 1 个编码点，实验结果如图 4-7 所示。图 4-7 (a) 分别用黑色点和白色点标出了目标点近似成像中心位置和 6 个定位点位置，可以看出 6 个定位点均位于成像边缘且近似成像中心定位较为准确。由于编码带的干扰，可能会得到符合判断条件的错误近似成像中心，需通过边缘筛选进行剔除。图 4-7 (b) 用白色点标出了像素级边缘点位置，可知，基于近似成像中心进行像素级边缘检测，不会检测到其他无关边缘，效率更高。由于亚像素边缘位置非整像素，因此亚像素边缘检测及边缘筛选结果通过逆向工程专业软件 Imageware 打开，如图 4-7 (c)、4-7 (d) 所示。可以看出，经过边缘筛选，可以有效剔除干扰，只保留目标点边缘信息。



(a) 近似成像中心定位 (b) 像素级边缘检测 (c) 亚像素级边缘检测 (d) 边缘筛选

图 4-7 标记点提取实验结果

选取 3 幅包含多个标记点的图像，分别采用本文提出的标记点提取算法与边缘检测中最常用的 canny 算法^[24]进行提取实验并记录运行时间，实验结果如表 4-2 所示。可知，由于本文提出的提取算法基于目标点近似成像中心，只在目标点成像区域进行检测，故算法运行时间不足 20ms，远小于 canny 算法。

表 4-2 标记点提取效率对比实验结果

Test number	Elapsed time/ms	
	Algorithm proposed	Canny algorithm
1	18.64	658.83
2	17.63	585.43
3	16.14	574.88
Average	17.47	606.38

随机选取 10 个标记点，分别对通过本文提出的提取算法及 canny 算法提取得到的目标点边缘进行椭圆拟合处理，以各椭圆拟合最大偏差和平均偏差作为算法提取精度的评价标准，结果如表 4-3 所示。可知，本文算法椭圆拟合最大偏差小于 0.06pixel，平均偏差小于 0.03pixel，约为 canny 算法椭圆拟合偏差的 10%。

表 4-3 标记点提取精度对比实验结果

CCT number	Algorithm proposed		Canny algorithm	
	Maximum error/pixel	Average error/pixel	Maximum error/pixel	Average error/pixel
1	0.0589	0.0236	0.6092	0.275
2	0.0471	0.0186	0.6919	0.2944
3	0.0599	0.0281	0.6695	0.2748
4	0.048	0.0201	0.5583	0.278
5	0.0539	0.0273	0.6502	0.2884
6	0.0533	0.0254	0.5908	0.2889
7	0.0468	0.0192	0.6542	0.2875
8	0.051	0.0207	0.6501	0.2633
9	0.0517	0.0251	0.6307	0.2969
10	0.0547	0.0273	0.6484	0.3074
Average	0.0525	0.0235	0.6353	0.2855

4.3.2 编码点仿射变换不变性验证实验

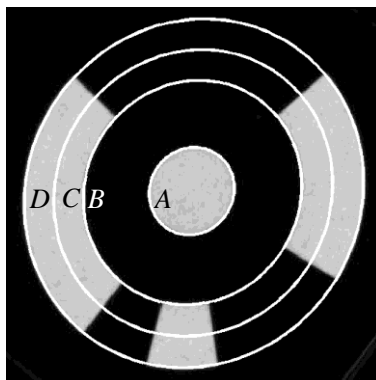


图 4-8 编码点仿射变换不变性验证实验结果

根据提取得到的目标点成像椭圆参数，将椭圆绘于图 4-8 中，记为曲线 A。设编码点具有仿射变换不变性，可将曲线 A 参数以及根据编码点实际物理尺寸计算得到的椭圆放大比 n （取值分别为 18/7、23/7、4）带入式 (4-11)，求出编码带内圆、中间圆、外圆的椭圆参数并将各椭圆绘于图 4-8 中，依次记为曲线 B、C、D。由图 4-8 可知，曲线 B、D 边缘贴合度较好，验证了编码点的仿射变换不变性，求出的曲线 C 参数可用于编码点的识别。

4.3.3 编码点识别实验

为验证提出的编码点识别算法在恶劣条件下的鲁棒性，设定各种拍摄图像时可能遇到的恶劣条件，分别进行实验。实验条件包括欠曝光（图 4-9 (a)）导致的图像亮度过低；倾斜（图 4-9 (b)）导致的目标点成像椭圆过扁；离焦（图 4-9 (c)）、晃动（图 4-9 (d)）导致的成像过于模糊；局部强光（图 4-9 (e)）导致的成像亮度不均匀以及反光（图 4-9 (f)）影响等。图 4-9 为实验结果，目标点成像中心及编码点码值分别由黑色“+”和数字标出。可知，在各种恶劣条件下，提出的标记点提取算法定位仍较为准确，编码点识别算法均能得到正确的结果。

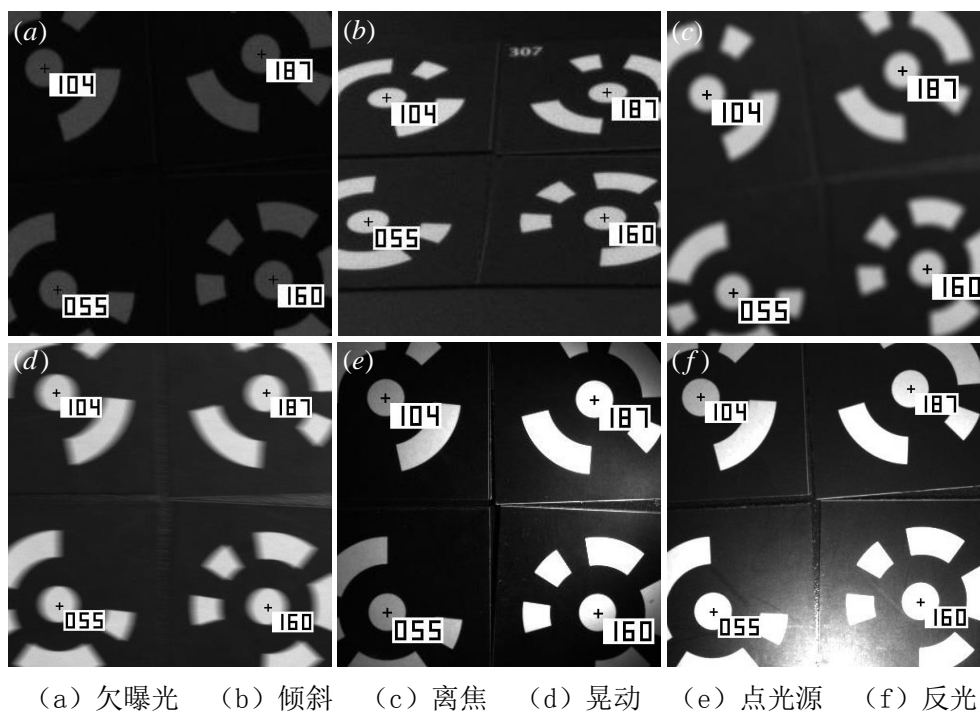


图 4-9 恶劣条件编码点识别实验结果

为验证提出的编码点识别算法在复杂背景下的适应性，在表面起伏较大的复杂工件上粘贴编码点并在不同位置拍摄图像，采用提出的算法对编码点进行识别。部分实验结果如图 4-10 所示，可见，绝大部分位于复杂背景中的编码点可被正确识别。每幅图像平均运行时间为 33.9ms，编码点全局漏识别率为 4.34%，误识别率为 0.47%。漏识别与误识别主要是由编码点成像效果过差导致的，包括过于倾斜，亮度过高或过低，过多超出相机景深范围导致的成像过于模糊等。

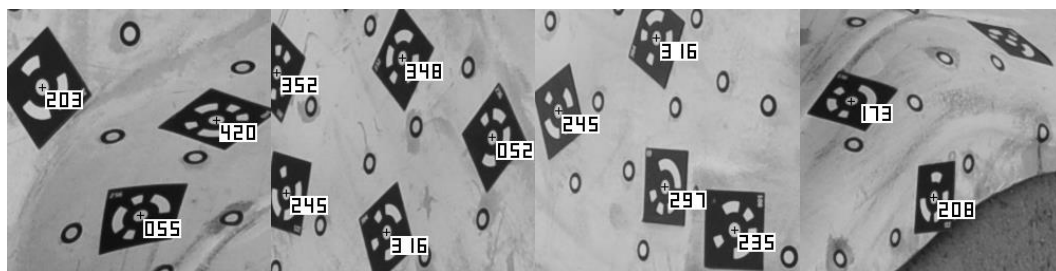


图 4-10 复杂背景编码点识别实验结果

5 各视图转换关系建立

在完成标记点提取及编码点识别后，为实现非编码点的立体匹配及三维重建，需要先建立各视图之间的转换关系，而建立两视图之间的转换关系是建立各视图之间的转换关系的基础^[13,27]。

5.1 两视图转换关系建立

5.1.1 对级几何

如图 5-1 所示，设空间中一点 p_w 在像面 π_0 、 π_1 上的投影点分别为 p_0 、 p_1 ， O_0 、 O_1 分别为像面 π_0 、 π_1 对应的光心， O_0 、 O_1 连线称为基线，基线分别交 π_0 、 π_1 于点 e_0 、 e_1 ， e_0 、 e_1 称为极点，基线与点 p_w 确定的平面 α 称为极平面，极平面分别交 π_0 、 π_1 于直线 l_0 、 l_1 ， l_0 、 l_1 称为极线。对级几何有一个重要的性质，点 p_0 在像面 π_1 内的匹配点必定位于极线 l_1 上，反之亦然。此性质称为极线约束性质，在搜索匹配点时，此性质使得搜索空间由二维降为一维，提高了搜索效率。

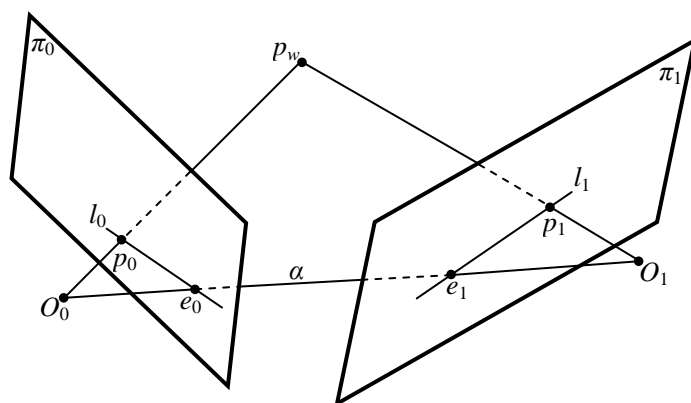


图 5-1 对级几何示意图

5.1.2 基本矩阵 F

首先介绍反对称矩阵概念，三维向量 $\mathbf{a}=(a_1,a_2,a_3)^T$ 的反对称矩阵定义如下：

$$\mathbf{a}_\times = \begin{pmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{pmatrix} \quad (5-1)$$

易知，反对称矩阵有如下两个重要性质：

1. 若三维向量 $\mathbf{b}=(b_1,b_2,b_3)^T$ ，则 $\mathbf{a}_\times \mathbf{b}=\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ ，其中 \times 表示向量叉乘。
2. $\mathbf{a}_\times \mathbf{a}=\mathbf{0}$ 。

设待建立转换关系的两视图投影方程分别为：

$$z_{c0} \mathbf{p}_0 = (\mathbf{K} \mathbf{R}_0 \quad \mathbf{K} \mathbf{t}_0) \mathbf{p}_w \quad (5-2)$$

$$z_{c1} \mathbf{p}_1 = (\mathbf{K} \mathbf{R}_1 \quad \mathbf{K} \mathbf{t}_1) \mathbf{p}_w \quad (5-3)$$

其中, \mathbf{p}_w 为空间点 p_w 在世界坐标系下的齐次坐标, \mathbf{p}_0 、 \mathbf{p}_1 分别为点 p_0 、 p_1 在图像坐标系下的齐次坐标。若将 $\mathbf{p}_w=(x_w, y_w, z_w, 1)^T$ 记为 $\mathbf{p}_w=(\mathbf{p}'_w{}^T \ 1)^T$, 其中 $\mathbf{p}'_w=(x_w, y_w, z_w)^T$, 则式 (5-2)、(5-3) 可展开为:

$$z_{c0}\mathbf{p}_0 = \mathbf{K}\mathbf{R}_0\mathbf{p}'_w + \mathbf{K}\mathbf{t}_0 \quad (5-4)$$

$$z_{c1}\mathbf{p}_1 = \mathbf{K}\mathbf{R}_1\mathbf{p}'_w + \mathbf{K}\mathbf{t}_1 \quad (5-5)$$

联立两式, 消去 \mathbf{p}'_w , 得:

$$z_{c1}\mathbf{p}_1 - z_{c0}\mathbf{K}\mathbf{R}_1\mathbf{R}_0^{-1}\mathbf{K}^{-1}\mathbf{p}_0 = \mathbf{K}\mathbf{t}_1 - \mathbf{K}\mathbf{R}_1\mathbf{R}_0^{-1}\mathbf{t}_0 \quad (5-6)$$

将式 (5-6) 右端向量记为 \mathbf{p} , 得:

$$z_{c1}\mathbf{p}_1 - z_{c0}\mathbf{K}\mathbf{R}_1\mathbf{R}_0^{-1}\mathbf{K}^{-1}\mathbf{p}_0 = \mathbf{p} \quad (5-7)$$

由反对称矩阵性质 2 可知:

$$\mathbf{p}_\times(z_{c1}\mathbf{p}_1 - z_{c0}\mathbf{K}\mathbf{R}_1\mathbf{R}_0^{-1}\mathbf{K}^{-1}\mathbf{p}_0) = \mathbf{0} \quad (5-8)$$

令 $z=z_{c0}/z_{c1}$, 得:

$$\mathbf{p}_\times\mathbf{K}\mathbf{R}_1\mathbf{R}_0^{-1}\mathbf{K}^{-1}\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}_\times\mathbf{p}_1 \quad (5-9)$$

根据反对称矩阵性质 1 可知 $\mathbf{p}_\times\mathbf{p}_1=\mathbf{p}_\times\mathbf{p}_1$, 故此向量与向量 \mathbf{p}_1 正交, 故将 \mathbf{p}_1^T 左乘到式 (5-9) 两端并消去 z 可得:

$$\mathbf{p}_1^T\mathbf{p}_\times\mathbf{K}\mathbf{R}_1\mathbf{R}_0^{-1}\mathbf{K}^{-1}\mathbf{p}_0 = 0 \quad (5-10)$$

上式给出了 \mathbf{p}_0 、 \mathbf{p}_1 满足的关系, 并且可知, 当给定 \mathbf{p}_0 时, 式 (5-10) 为关于 \mathbf{p}_1 的线性方程, 此方程即为极线 l_1 的方程, 反之亦然。

令 $\mathbf{F}=\mathbf{p}_\times\mathbf{K}\mathbf{R}_1\mathbf{R}_0^{-1}\mathbf{K}^{-1}$, 则式 (5-10) 可写成:

$$\mathbf{p}_1^T\mathbf{F}\mathbf{p}_0 = 0 \quad (5-11)$$

其中, \mathbf{F} 称为基本矩阵。由式 (5-11) 可知, 只需根据两视图匹配点在图像坐标系下的齐次坐标, 即可对基本矩阵进行 \mathbf{F} 估计。

如果将世界坐标系建立在 O_0 上, 即 $\mathbf{R}_0=\mathbf{I}$ 、 $\mathbf{t}_0=\mathbf{0}$, 则 $\mathbf{p}=\mathbf{K}\mathbf{t}_1$, 进而:

$$\mathbf{F} = \mathbf{K}^{-T}\mathbf{t}_{1\times}\mathbf{R}_1\mathbf{K}^{-1} \quad (5-12)$$

由式 (5-12) 可以看出, 基本矩阵 \mathbf{F} 只与相机内部参数以及两相机之间的转换关系 (外部参数) 有关, 而与外部场景无关。

5.1.3 估计基本矩阵 \mathbf{F}

下面介绍估计基本矩阵 \mathbf{F} 的方法, 本文采用改进的八点法^[13,28,29]。首先介绍八点法估计基本矩阵的原理。

设给定一组匹配点集合 $\{(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}'_i)|i=1,2,\dots,n\}$, 其中 $\mathbf{p}_i=(u_i, v_i, 1)^T$ 、 $\mathbf{p}'_i=(u'_i, v'_i, 1)^T$, $n \geq 8$ 。此时, 式(5-11)可改写成:

$$\mathbf{U}_n \mathbf{f} = 0 \quad (5-13)$$

其中:

$$\mathbf{U}_n = \begin{pmatrix} u_1 u'_1 & u_1 v'_1 & u_1 & v_1 u'_1 & v_1 v'_1 & v_1 & u'_1 & v'_1 & 1 \\ u_2 u'_2 & u_2 v'_2 & u_2 & v_2 u'_2 & v_2 v'_2 & v_2 & u'_2 & v'_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ u_n u'_n & u_n v'_n & u_n & v_n u'_n & v_n v'_n & v_n & u'_n & v'_n & 1 \end{pmatrix} \quad (5-14)$$

$$\mathbf{f} = (F_{11}, F_{21}, F_{31}, F_{12}, F_{22}, F_{32}, F_{13}, F_{23}, F_{33})^T \quad (5-15)$$

式(5-13)是一个齐次方程组, 可知 \mathbf{f} 在相差一个比例因子的情况下有8个独立变量。由于 \mathbf{f} 的最小二乘解对应于 \mathbf{U}_n 最小奇异值的奇异矢量, 即 \mathbf{f} 的最小二乘解为 \mathbf{U}_n 的SVD分解 $\mathbf{U}_n = \mathbf{U} \mathbf{D} \mathbf{V}^T$ 中矩阵 \mathbf{V} 的最后一列向量, 可通过对 \mathbf{U}_n 进行SVD分解的方式对其进行求解^[22,30]。通过上述方法得到的解矢量在 $\|\mathbf{f}\|=1$ 的条件下使得 $\|\mathbf{U}_n \mathbf{f}\|$ 取最小值, 此方法称为八点法。

值得注意的是, 通过上述方法求得的基本矩阵 \mathbf{F} 的秩一般为3, 这种情况下基本矩阵 \mathbf{F} 不满足奇异性约束, 具体表现为极线不交于一点, 如图5-2所示。

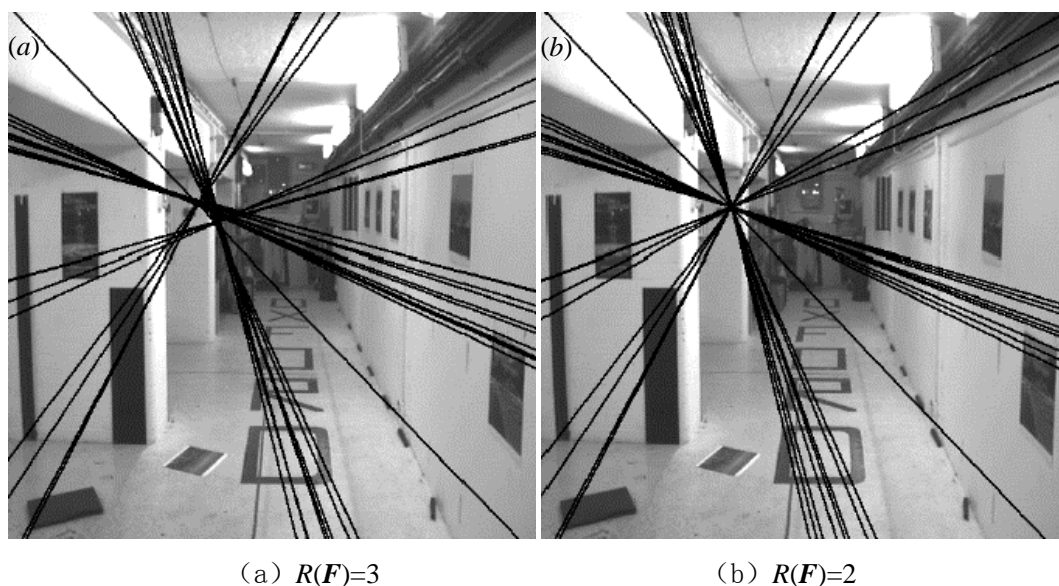


图 5-2 奇异性约束示意图

因此, 需要对求得的基本矩阵 \mathbf{F} 加入奇异性约束, 方法如下:

1. 对 \mathbf{F} 进行奇异值分解: $\mathbf{F} = \mathbf{U} \mathbf{D} \mathbf{V}^T$, 其中 $\mathbf{D} = \text{diag}(r, s, t)$ 且满足 $r \geq s \geq t$
2. 令 $\mathbf{F}' = \mathbf{U} \text{diag}(r, s, 0) \mathbf{V}^T$

经过上述步骤, 可对 \mathbf{F}' 加入奇异性约束, 使得 $R(\mathbf{F}')=2$ 。然而, 通过上述方法求得的基本矩阵可能会由于匹配点提取时受噪声影响定位不准确或者匹配时出现误匹配导致结果不理想, 因此上述方法稳定性较差。

为解决上述问题，可采用改进的八点法对基本矩阵 \mathbf{F} 进行估计。在八点法之前对数据进行规范化处理（包括平移变换及比例变换），可减少噪声干扰，提高算法的稳定性。改进的八点法具体步骤如下：

1. 对原始匹配点集合进行规范化处理：

$$\tilde{\mathbf{p}}_i = \mathbf{T}\mathbf{p}_i \quad (5-16)$$

$$\tilde{\mathbf{p}}'_i = \mathbf{T}'\mathbf{p}'_i \quad (5-17)$$

其中：

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} k & 0 & -ku_0 \\ 0 & k & -kv_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5-18)$$

$$u_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u_i \quad (5-19)$$

$$v_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i \quad (5-20)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [(u_i - u_0)^2 + (v_i - v_0)^2]} \quad (5-21)$$

$$k = \frac{\sqrt{2}}{\sigma} \quad (5-22)$$

$$\mathbf{T}' = \begin{pmatrix} k' & 0 & -k'u'_0 \\ 0 & k' & -k'v'_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5-23)$$

$$u'_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u'_i \quad (5-24)$$

$$v'_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v'_i \quad (5-25)$$

$$\sigma' = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [(u'_i - u'_0)^2 + (v'_i - v'_0)^2]} \quad (5-26)$$

$$k' = \frac{\sqrt{2}}{\sigma'} \quad (5-27)$$

2. 根据规范化后的匹配点集合估计基本矩阵 $\tilde{\mathbf{F}}$ ，包括最小二乘估计及加入奇异性约束。

3. 解除规范化:

$$\mathbf{F} = \mathbf{T}^T \tilde{\mathbf{F}} \mathbf{T} \quad (5-28)$$

5.1.4 本质矩阵 \mathbf{E}

本质矩阵 \mathbf{E} 的定义为 $\mathbf{E} = \mathbf{K}^T \mathbf{F} \mathbf{K}$, 因此, 给定内参数矩阵 \mathbf{K} 的初值, 可求取本质矩阵 \mathbf{E} 的近似值。由式 (5-12) 可知:

$$\mathbf{E} = \mathbf{t}_1 \times \mathbf{R}_1 \quad (5-29)$$

由式 (5-29) 可知, 本质矩阵 \mathbf{E} 只与两相机之间的转换关系 (外部参数) 有关, 因此可通过本质矩阵 \mathbf{E} 恢复两相机之间的转换关系^[27,29]。另外, 由式 (5-29) 可推导出: 本质矩阵 \mathbf{E} 有两个相等奇异值而另一个奇异值为零。因此本质矩阵的奇异值分解表达式可以写为:

$$\mathbf{E} = \alpha \mathbf{U} \text{diag}(1, 1, 0) \mathbf{V}^T \quad (5-30)$$

其中 α 为一非零比例因子, 注意矩阵 \mathbf{U} 、 \mathbf{V} 的选取标准^[31]:

$$\begin{cases} \det(\mathbf{U}) > 0 \\ \det(\mathbf{V}) > 0 \end{cases} \quad (5-31)$$

进而可以建立两视图转换关系, 此时两视图转换关系有四组解:

$$(\mathbf{R}_1 \quad \mathbf{t}_1) = \begin{cases} (\mathbf{U} \mathbf{W} \mathbf{V}^T & \mathbf{u}_3) \\ (\mathbf{U} \mathbf{W} \mathbf{V}^T & -\mathbf{u}_3) \\ (\mathbf{U} \mathbf{W}^T \mathbf{V}^T & \mathbf{u}_3) \\ (\mathbf{U} \mathbf{W}^T \mathbf{V}^T & -\mathbf{u}_3) \end{cases} \quad (5-32)$$

其中:

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5-33)$$

\mathbf{u}_3 为矩阵 \mathbf{U} 的最后一列向量。四组解的几何意义如图 5-3 所示。

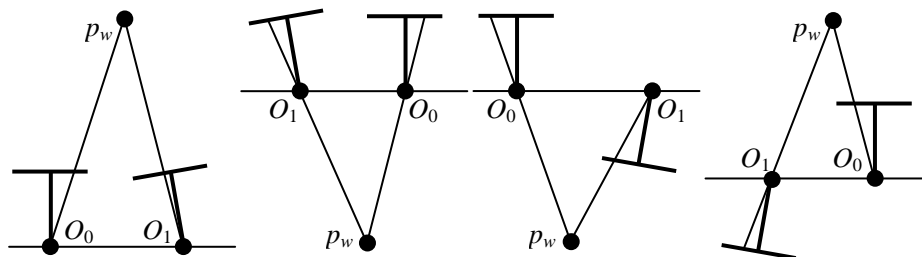


图 5-3 两视图转换关系有四组解几何意义示意图

其中, t_1 的两组不同解使得基线方向相反, R_1 的两组不同解使得视图 O_1 绕基线旋转 180° 。可知, 四组解中只有一组符合实际情况。可通过对空间点 p_w 进行三维重建的方式进行判断, 若点 p_w 三维重建结果位于两视图前方 (点 p_w 在摄像机坐标系下 z_c 坐标大于 0), 则该解为正确解。

由上述分析可知, 此时 $\|t_1\|=1$, 在此约束下建立起来的基准称为测量尺度空间。后续的各视图转换关系建立及多视图三维重建, 均基于此基准, 因此, 在完成非编码点多视图三维重建后, 需要根据长度精确已知的标尺将测量结果由测量尺度空间恢复至真实尺度空间。

5.1.5 两视图三维重建

在两视图转换关系建立完成后, 需要对两视图中所有公共编码点进行三维重建, 为建立各视图转换关系提供基准。

设空间中某点 p_w 在两视图投影点分别为 p_0 、 p_1 , p_w 在世界坐标系中的齐次坐标为 $p_w=(x_w, y_w, z_w, 1)^T$, p_0 、 p_1 在图像坐标系下的齐次坐标分别为 $p_0=(u_0, v_0, 1)^T$ 、 $p_1=(u_1, v_1, 1)^T$ 。根据式 (3-4), 有:

$$z_{c0}p_0 = M_0p_w \Rightarrow z_{c0} \begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_0^{11} & m_0^{12} & m_0^{13} & m_0^{14} \\ m_0^{21} & m_0^{22} & m_0^{23} & m_0^{24} \\ m_0^{31} & m_0^{32} & m_0^{33} & m_0^{34} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5-34)$$

$$z_{c1}p_1 = M_1p_w \Rightarrow z_{c1} \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_1^{11} & m_1^{12} & m_1^{13} & m_1^{14} \\ m_1^{21} & m_1^{22} & m_1^{23} & m_1^{24} \\ m_1^{31} & m_1^{32} & m_1^{33} & m_1^{34} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5-35)$$

联立式 (5-34)、(5-35), 可得:

$$\begin{pmatrix} m_0^{31}u_0 - m_0^{11} & m_0^{32}u_0 - m_0^{12} & m_0^{33}u_0 - m_0^{13} \\ m_0^{31}v_0 - m_0^{21} & m_0^{32}v_0 - m_0^{22} & m_0^{33}v_0 - m_0^{23} \\ m_1^{31}u_1 - m_1^{11} & m_1^{32}u_1 - m_1^{12} & m_1^{33}u_1 - m_1^{13} \\ m_1^{31}v_1 - m_1^{21} & m_1^{32}v_1 - m_1^{22} & m_1^{33}v_1 - m_1^{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_0^{14} - m_0^{34}u_0 \\ m_0^{24} - m_0^{34}v_0 \\ m_1^{14} - m_1^{34}u_1 \\ m_1^{24} - m_1^{34}v_1 \end{pmatrix} \quad (5-36)$$

式 (5-36) 是一个非齐次线性方程组, 可通过广义逆法^[22]求得 $p_w=(x_w, y_w, z_w, 1)^T$ 的最小二乘解。

5.2 各视图转换关系建立

5.2.1 各视图与基准转换关系建立

在两视图转换关系建立完成并对其中公共编码点进行两视图三维重建后, 可为建立各视图之间的转换关系提供基准。设当前需要建立转换关系的视图为 O_k , 在该视图中成像的与基准中现有的公共编码点有 $n_k(n_k \geq 6)$ 个, 其当前在世界坐标系中的齐次坐标分别为 $(x_w^i, y_w^i, z_w^i, 1)^T (i=1, 2, \dots, n_k)$, 在视图 O_k 图像坐标系

中的齐次坐标分别为 $(u_k^i, v_k^i, 1)^T (i=1, 2, \dots, n_k)$ 。由于基准建立在第一个视图 O_0 上，且视图 O_k 、 O_0 之间的转换关系设为 $\mathbf{R}_k, \mathbf{t}_k$ ，因此有如下关系：

$$\begin{cases} (u_k^i - u_0)(r_k^{31}x_w^i + r_k^{32}y_w^i + r_k^{33}z_w^i + t_k^3) = fN_x(r_k^{11}x_w^i + r_k^{12}y_w^i + r_k^{13}z_w^i + t_k^1) \\ (v_k^i - v_0)(r_k^{31}x_w^i + r_k^{32}y_w^i + r_k^{33}z_w^i + t_k^3) = fN_y(r_k^{21}x_w^i + r_k^{22}y_w^i + r_k^{23}z_w^i + t_k^2) \end{cases} \quad (5-37)$$

上述方程组可写成 $\mathbf{Ax}=\mathbf{0}$ 的形式并采用 5.1.3 节中的方法求解在条件：

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 (r_k^{ij})^2 + \sum_{i=1}^3 (t_k^i)^2 = 1 \quad (5-38)$$

之下的 $\mathbf{R}_k, \mathbf{t}_k$ 的最小二乘解，由于 \mathbf{R}_k 为正交矩阵，因此，对上解需要加入一个正交约束：

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 (r_k^{ij})^2 = 1 \quad (5-39)$$

重新计算 $\mathbf{R}_k, \mathbf{t}_k$ 的初值。

5.2.2 多视图三维重建

在建立各视图与基准转换关系的时候，同一个编码点会出现在不同视图中，需要通过多视图三维重建的方式，对待重建的编码点进行多视图几何限制，以获取更为准确的重建结果。设空间中某一待重建的点 p_w 在 n 个视图中的投影点分别为 $p_i (i=1, 2, \dots, n)$ ，投影矩阵为 $\mathbf{M}_i (i=1, 2, \dots, n)$ 。 p_w 在世界坐标系中的齐次坐标为 $\mathbf{p}_w=(x_w, y_w, z_w, 1)^T$ ， p_i 在图像坐标系下的齐次坐标为 $\mathbf{p}_i=(u_i, v_i, 1)^T (i=1, 2, \dots, n)$ 。则可对照式 (5-36) 建立如下方程组：

$$\begin{pmatrix} m_1^{31}u_1 - m_1^{11} & m_1^{32}u_1 - m_1^{12} & m_1^{33}u_1 - m_1^{13} \\ m_1^{31}v_1 - m_1^{21} & m_1^{32}v_1 - m_1^{22} & m_1^{33}v_1 - m_1^{23} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ m_i^{31}u_i - m_i^{11} & m_i^{32}u_i - m_i^{12} & m_i^{33}u_i - m_i^{13} \\ m_i^{31}v_i - m_i^{21} & m_i^{32}v_i - m_i^{22} & m_i^{33}v_i - m_i^{23} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ m_n^{31}u_n - m_n^{11} & m_n^{32}u_n - m_n^{12} & m_n^{33}u_n - m_n^{13} \\ m_n^{31}v_n - m_n^{21} & m_n^{32}v_n - m_n^{22} & m_n^{33}v_n - m_n^{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_1^{14} - m_1^{34}u_1 \\ m_1^{24} - m_1^{34}v_1 \\ \vdots \\ m_i^{14} - m_i^{34}u_i \\ m_i^{24} - m_i^{34}v_i \\ \vdots \\ m_n^{14} - m_n^{34}u_n \\ m_n^{24} - m_n^{34}v_n \end{pmatrix} \quad (5-40)$$

进而可求得 $\mathbf{p}_w=(x_w, y_w, z_w, 1)^T$ 的最小二乘解。

5.2.3 各视图转换关系建立流程

1. 按照 5.1 节中介绍的方法对所有视图中公共编码点个数最多的两个进行两视图转换关系建立，将世界坐标系建立在此两视图中编码点个数较多的视图之上，对两视图中公共编码点进行两视图三维重建，为其余各视图建立转换关系提供基准。

2. 其余各视图按照与现有基准公共编码点个数从多到少的顺序, 采用 5.2.1 节中介绍的方法, 依次与基准建立转换关系。
3. 每完成一个视图与基准转换关系建立后, 由于引入了新视图中编码点的信息, 采用 5.2.2 节中介绍的方法更新定位基准中现有编码点的三维坐标及向定位基准中加入新编码点的三维坐标。
4. 循环步骤 2、3, 直至建立各视图之间的转换关系并求出所有编码点的三维坐标。

5.3 LM 优化算法

在各视图间转换关系建立及非编码点三维重建过程中, 需要多次用到非线性最小二乘优化算法对计算结果进行优化, 本文采用 Levenberg-Marquardt (LM) 优化算法^[25,26], 算法原理及实现过程介绍如下。

5.3.1 问题描述

非线性最小二乘优化算法的目标函数定义如下:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m r_j^2(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (5-41)$$

其中, $x_i(i=1,2,\dots,n)$ 为待优化参数, r_j 为残差函数, 并且假定 $m \geq n$ 。

为使问题简化, 现将 x_i 、 r_j 用向量进行表示:

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (5-42)$$

$$\mathbf{r}(\mathbf{x}) = (r_1(\mathbf{x}), r_2(\mathbf{x}), \dots, r_m(\mathbf{x}))^T \quad (5-43)$$

式 (5-41) 可化简为:

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{r}(\mathbf{x})\|^2 \quad (5-44)$$

Jacobian 矩阵 \mathbf{J} 为 \mathbf{r} 关于 \mathbf{x} 的导数, 定义如下:

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \nabla \mathbf{r}(\mathbf{x}) = \frac{\partial r_j}{\partial x_i}, 1 \leq j \leq m, 1 \leq i \leq n \quad (5-45)$$

在此先考虑线性情况, 即每个残差函数 r_j 均为线性的且 Jacobian 矩阵 \mathbf{J} 为常数矩阵。此时式 (5-44) 可改写为:

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{J}\mathbf{x} + \mathbf{r}(\mathbf{0})\|^2 \quad (5-46)$$

对式 (5-46) 求关于 \mathbf{x} 一阶、二阶导数, 可得:

$$\nabla f(\mathbf{x}) = \mathbf{J}^T [\mathbf{J}\mathbf{x} + \mathbf{r}(\mathbf{0})] \quad (5-47)$$

$$\nabla^2 f(\mathbf{x}) = \mathbf{J}^T \mathbf{J} \quad (5-48)$$

可知，当式 (5-47) 取值为 $\mathbf{0}$ 时，其解可使式 (5-46) 中 $f(\mathbf{x})$ 取值最小，此时：

$$\mathbf{x}_{\min} = -(\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{r}(\mathbf{0}) \quad (5-49)$$

接下来考虑一般的非线性情况，对式 (5-44) 求关于 \mathbf{x} 一阶、二阶导数，可得：

$$\nabla f(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^m r_j(\mathbf{x}) \nabla r_j(\mathbf{x}) = \mathbf{J}(\mathbf{x})^T \mathbf{r}(\mathbf{x}) \quad (5-50)$$

$$\nabla^2 f(\mathbf{x}) = \mathbf{J}(\mathbf{x})^T \mathbf{J}(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^m r_j(\mathbf{x}) \nabla^2 r_j(\mathbf{x}) \quad (5-51)$$

若式 (5-51) 第二项大小相对于第一项可忽略不计时：

$$\nabla^2 f(\mathbf{x}) = \mathbf{H}(\mathbf{x}) = \mathbf{J}(\mathbf{x})^T \mathbf{J}(\mathbf{x}) \quad (5-52)$$

上式中 \mathbf{H} 为 Hessian 矩阵。因此，若给出 Jacobian 矩阵，便可对 Hessian 矩阵进行估计。

5.3.2 算法原理

基于上述分析，对 LM 优化算法进行描述，该算法本质上讲是梯度下降法与 Gauss-Newton 迭代法的结合。

梯度下降法是最简单、直接的优化算法，参数更新方程定义如下：

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i - \lambda \nabla f(\mathbf{x}_i) \quad (5-53)$$

其中， λ 为比例因数。

梯度下降法存在收敛问题，在某些条件下会出现解不收敛的现象。

Gauss-Newton 迭代法可改进上述问题， $f(\mathbf{x})$ 关于 \mathbf{x} 一阶导数的泰勒展开为：

$$\nabla f(\mathbf{x}) = \nabla f(\mathbf{x}_0) + (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) \nabla^2 f(\mathbf{x}_0) + o(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) \quad (5-54)$$

其中， \mathbf{x}_0 为待优化参数当前值， $o(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)$ 为 $(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)$ 的高阶无穷小。

若忽略 $o(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)$ 并令式 (5-54) 取值为 $\mathbf{0}$ ， \mathbf{x}_0 、 \mathbf{x} 分别由 \mathbf{x}_i 、 \mathbf{x}_{i+1} 代替，可得 Gauss-Newton 迭代法更新方程：

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i - (\nabla^2 f(\mathbf{x}_i))^{-1} \nabla f(\mathbf{x}_i) \quad (5-55)$$

Gauss-Newton 迭代法的主要优势是可以快速收敛，但是，其收敛速率对初值敏感。

可以看出，梯度下降法与 Gauss-Newton 迭代法优势互补，而 LM 优化算法正是两种方法的结合，综合了两种方法的优点。更新方程如下所示：

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i - (\mathbf{H}(\mathbf{x}_i) + \lambda \mathbf{I})^{-1} \nabla f(\mathbf{x}_i) \quad (5-56)$$

然而，上述更新方程仍存在不足，当 λ 过大时， $\mathbf{H}(\mathbf{x}_i)$ 对结果影响可忽略不计，因此，需要对上式进行改进：

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i - \left(\mathbf{H}(\mathbf{x}_i) + \lambda \text{diag}(\mathbf{H}(\mathbf{x}_i)) \right)^{-1} \nabla f(\mathbf{x}_i) \quad (5-57)$$

上式中为 LM 优化算法最终更新方程。

5.3.3 实现过程

1. 给定待优化参数初值 \mathbf{x}_0 及比例因数 λ 初值（此处为 1）。
2. 根据式（5-57）对待优化参数进行更新。
3. 根据式（5-44）计算待优化参数更新后目标函数值。
4. 若更新后目标函数值增大，则舍弃此次更新，将比例因数增大至原来的 10 倍，返回步骤 2，重新更新待优化参数。
5. 若更新后目标函数值减小，则接受此次更新，将比例因数减小至原来的 1/10，返回步骤 2，继续更新待优化参数。

5.4 LM 法优化

经过 5.1、5.2 节的求解，可以求得所有编码点的世界坐标及各视图之间的转换关系的初值，接下来需要对上述参数连同数码相机内参数一起优化，此处采用 5.3 节介绍的 LM 法进行优化。

首先，需要设置待优化参数的初值、个数：

1. 数码相机内参数。主点取像面中心位置， $u_0=2144$ 、 $v_0=1424$ ； N_x 、 N_y 通过像面尺寸及相机分辨率确定， $N_x=4288/23.6 \approx 181.695$ 、 $N_y=2848/15.8 \approx 180.253$ ；焦距取设定值， $f=25\text{mm}$ ；畸变系数设为零， $k_1=0$ 、 $k_2=0$ 。
2. 编码点世界坐标。设共有 i 个编码点，初值由之前结果给定。
3. 各视图间转换关系。设共有 $k+1$ 个视图，其中世界坐标系建立在第一个视图上，无需优化，其余视图转换关系初值由之前结果给定。

因此，需要优化的参数的个数 n 共计 $n=7+3i+12k$ 。

其次，需要确定参与优化的残差函数方程、个数：

1. 优化指标是反投影误差最小，设第 $r(1 \leq r \leq k+1)$ 个视图与基准的转换关系为 $\mathbf{R}_{r-1}, \mathbf{t}_{r-1}$ （其中 $\mathbf{R}_0=\mathbf{I}$ 、 $\mathbf{t}_0=\mathbf{0}$ ），其中共有 $n_{r-1}(1 \leq n_{r-1} \leq i)$ 个编码点，对于其中的第 $s(1 \leq s \leq n_{r-1})$ 个编码点，图像坐标系中的齐次坐标为 $(u_{r-1}^s, v_{r-1}^s, 1)^T$ ，且此编码点在全局编码点中序号为 $t(1 \leq t \leq i)$ ，其世界坐标系中的齐次坐标为 $(x_w^t, y_w^t, z_w^t, 1)^T$ ，有：

$$\begin{cases} (1+k_1 r^2+k_2 r^4)(u_{r-1}^s-u_0)-f N_x \frac{r_{r-1}^{11} x_w^t+r_{r-1}^{12} y_w^t+r_{r-1}^{13} z_w^t+t_{r-1}^1}{r_{r-1}^{31} x_w^t+r_{r-1}^{32} y_w^t+r_{r-1}^{33} z_w^t+t_{r-1}^3} \\ (1+k_1 r^2+k_2 r^4)(v_{r-1}^s-v_0)-f N_y \frac{r_{r-1}^{21} x_w^t+r_{r-1}^{22} y_w^t+r_{r-1}^{23} z_w^t+t_{r-1}^2}{r_{r-1}^{31} x_w^t+r_{r-1}^{32} y_w^t+r_{r-1}^{33} z_w^t+t_{r-1}^3} \end{cases} \quad (5-58)$$

其中：

$$r = \sqrt{\left(\frac{u_{r-1}^s - u_0}{N_x}\right)^2 + \left(\frac{v_{r-1}^s - v_0}{N_y}\right)^2} \quad (5-59)$$

每个点可提供两个残差函数，因此，由编码点反投影方程提供的参与优化的残差函数的总个数为：

$$m_1 = 2 \sum_{r=1}^{k+1} n_{r-1} \quad (5-60)$$

2. 由于各视图间转换关系中的旋转矩阵 \mathbf{R} 为正交矩阵，因此，需要在目标函数中加入正交约束，对于第 $r(2 \leq r \leq k+1)$ 个视图，有^[32]：

$$\begin{cases} W_1 \left[(r_{r-1}^{11})^2 + (r_{r-1}^{21})^2 + (r_{r-1}^{31})^2 - 1 \right] = 0 \\ W_1 \left[(r_{r-1}^{12})^2 + (r_{r-1}^{22})^2 + (r_{r-1}^{32})^2 - 1 \right] = 0 \\ W_1 \left[(r_{r-1}^{13})^2 + (r_{r-1}^{23})^2 + (r_{r-1}^{33})^2 - 1 \right] = 0 \\ W_1 (r_{r-1}^{11} r_{r-1}^{12} + r_{r-1}^{21} r_{r-1}^{22} + r_{r-1}^{31} r_{r-1}^{32}) = 0 \\ W_1 (r_{r-1}^{12} r_{r-1}^{13} + r_{r-1}^{22} r_{r-1}^{23} + r_{r-1}^{32} r_{r-1}^{33}) = 0 \\ W_1 (r_{r-1}^{11} r_{r-1}^{13} + r_{r-1}^{21} r_{r-1}^{23} + r_{r-1}^{31} r_{r-1}^{33}) = 0 \end{cases} \quad (5-61)$$

其中， W_1 为正交约束权值， W_1 的大小决定了各视图间转换关系 $\mathbf{R}_{r-1}(2 \leq r \leq k+1)$ 正交性的强弱，此处取 $W_1 = n$ 。经过上述分析可知，由正交约束提供的参与优化的残差函数的总个数为：

$$m_2 = 6k \quad (5-62)$$

3. 根据 2.1 节中的介绍，在测量过程中需要引入两个长度精确已知的标尺。然而，在得到所有编码点的初值之后，设两标尺在测量尺度空间中的长度分别为 l_1 、 l_2 ， l_1 、 l_2 的比值会与已知长度比值存在偏差，因此需要引入标尺长度比值约束：

$$W_2 \left[l_1^2 - (L_1/L_2)^2 l_2^2 \right] = 0 \quad (5-63)$$

其中， W_2 为标尺长度比值约束权值， W_2 的大小决定了两标尺在测量尺度空间中长度比值与其已知的长度比值之间的接近程度，此处 $W_2 = n$ 。可知，由标尺长度比值约束提供的参与优化的残差函数的总个数为：

$$m_3 = 1 \quad (5-64)$$

综上，参与优化的残差函数的总个数为：

$$m = m_1 + m_2 + m_3 = 2 \sum_{r=1}^{k+1} n_{r-1} + 6k + 1 \quad (5-65)$$

给出了待优化参数初值、个数及残差方程、个数后，即可采用 5.3 节介绍的 LM 法对待优化参数进行优化。

5.5 实验验证

如图 2-1 所示，在被测物体表面和周围布置 59 个编码点（包括分别位于两个标尺两端的 4 个编码点），在被测物体表面布置 202 个非编码点，手持数码相机从不同方位对被测物体进行自由拍摄，共拍摄 43 幅图像。通过上述方法建立各视图转换关系并对待优化参数进行 LM 法优化，结果如下：

5.5.1 数码相机内参数优化实验

表 5-1 数码相机内参数优化实验结果

u_0	v_0	N_x	N_y	f	k_1	k_2
2140.997	1411.593	179.232	179.191	24.746	0.000098	-0.000001

5.5.2 编码点世界坐标及各视图转换关系优化实验

将编码点世界坐标及各视图拍摄位置通过 Imageware 绘于图 5-4 中。其中，空心圆表示编码点，十字线表示各视图拍摄位置。

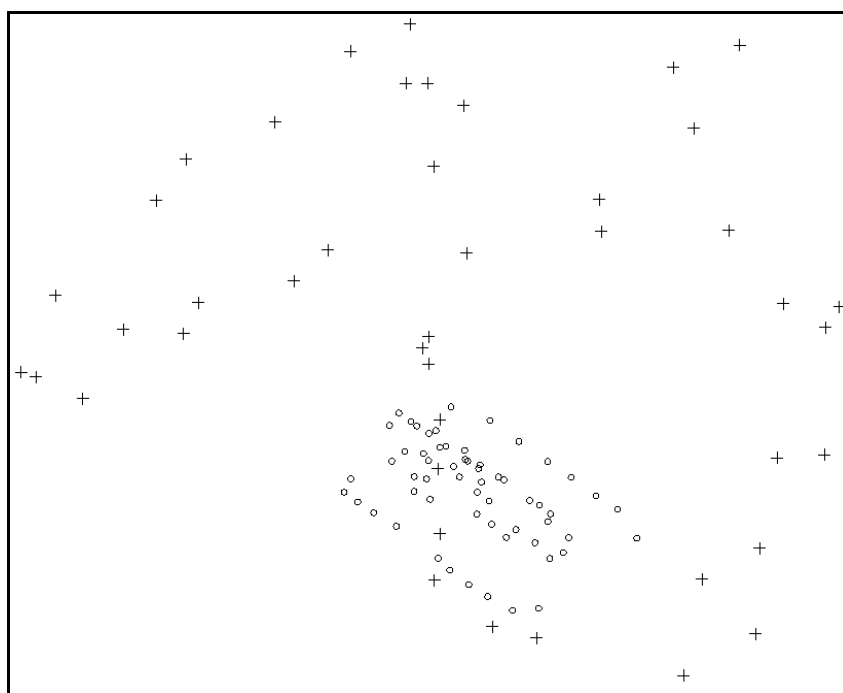


图 5-4 编码点世界坐标及各视图转换关系优化实验结果

6 非编码点三维重建

6.1 非编码点多视图立体匹配及三维重建

6.1.1 立体匹配原理

在各视图转换关系建立完成的基础上，可通过多视图立体匹配的方法实现非编码点的立体匹配，匹配原理基于三视图立体匹配^[11]，示意图如图 6-1 所示。

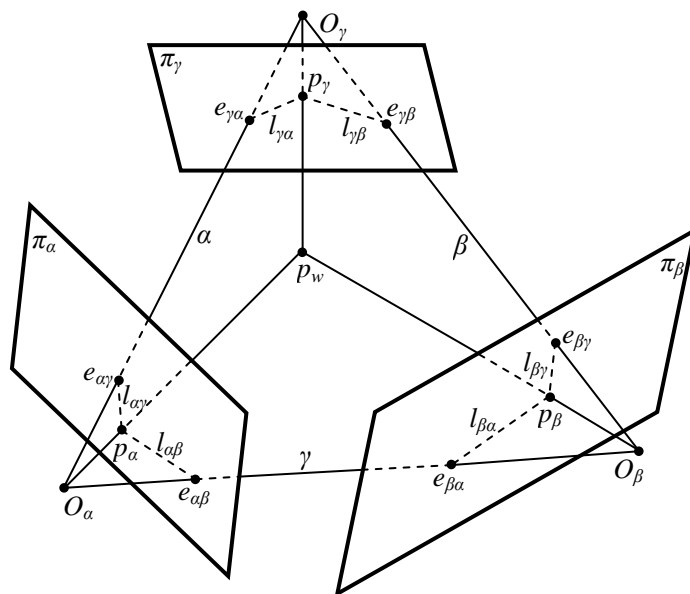


图 6-1 三视图几何示意图

设空间中一点 p_w 在像面 π_α 、 π_β 、 π_γ 上的投影点分别为 p_α 、 p_β 、 p_γ （经过畸变补偿后的图像坐标， u_0 、 v_0 、 N_x 、 N_y 、 k_1 、 k_2 采用第六章结果）， O_α 、 O_β 、 O_γ 分别为三视图的光心。另外，三视图中的极点、极线以及三个极平面也依次在图中进行了标注。由上图可知，当点 p_w 不位于三个视图中的光心 O_α 、 O_β 、 O_γ 确定的平面中时，点 p_w 在三个视图中的任意两个上的投影点在第三个视图上对应的极线交点即为点 p_w 在第三个视图上的投影点。在实际测量中上述条件容易满足，因此通过多视图几何约束，可以降低非编码点立体匹配的复杂度，提高匹配率。

6.1.2 立体匹配流程

1. 选取三个视图作为非编码点立体匹配基准三视图。
2. 基准三视图中视图 O_α 中的某投影点 p_α （无已处理标记）在视图 O_β 、 O_γ 中分别对应着极线 $e_{\beta\alpha}$ 、 $e_{\gamma\alpha}$ ， $e_{\beta\alpha}$ 、 $e_{\gamma\alpha}$ 上的无已处理标记的投影点点集（投影点到极线距离小于设定距离阈值 10pixel）分别记为 $Q_{\beta\alpha}$ 、 $Q_{\gamma\alpha}$ 。
3. 在点集 $Q_{\beta\alpha}$ 中依次选取投影点，求取该投影点在视图 O_γ 中对应的极线 $e_{\gamma\beta}$ ，获取 $e_{\gamma\beta}$ 上的投影点点集，记为 $Q_{\gamma\beta}$ 并搜索 $Q_{\gamma\alpha}$ 、 $Q_{\gamma\beta}$ 中的公共点。当公共点有且仅有一个时，认为匹配成功，为基准三视图中对应投影点编号，并进行已处理标

记, 进行第 4 步; 否则返回第 2 步, 依次更改投影点 p_α , 直至处理完 O_α 中所有投影点。

4. 引入后续视图, 经过前 2、3 步确定的三个匹配点在当前视图中对应三条极线, 求取三条极线上的无已处理标记的投影点。当满足条件的投影点有且仅有一个时, 认为匹配成功, 将此投影点编号与第 3 步中三个匹配点置为相同并进行已处理标记。依次引入所有后续视图, 将各视图中满足条件的投影点编号并进行已处理标记, 无满足条件的不处理。

5. 返回第 2 步, 依次更改投影点 p_α , 直至处理完 O_α 中所有投影点。

6. 按顺序依次更改基准三视图, 直至任意三个视图都作为基准三视图。

6.1.3 三维重建

在实现非编码点的立体匹配后, 可按照 5.2.2 节中介绍的方法对非编码点进行多视图三维重建, 获取所有非编码点三维坐标的初值。

6.2 LM 法优化

在求取非编码点的三维坐标后, 需要对所有参数进行 LM 法优化。

首先, 需要设置待优化参数的初值、个数:

1. 数码相机内参数。按照 5.4 节结果给定初值。
2. 编码点世界坐标。设共有 i 个编码点, 按照 5.4 节结果给定初值。
3. 非编码点世界坐标。设共有 j 个非编码点, 按照 6.1.3 节结果给定初值。
4. 各视图间转换关系。设共有 $k+1$ 个视图, 其中世界坐标系建立在第一个视图上, 无需优化, 其余视图转换关系按照 5.4 节结果给定初值。

因此, 需要优化的参数的个数 n 共计 $n=7+3i+3j+12k$ 。

其次, 需要确定参与优化的残差函数方程、个数:

各视图中的每个编码点及非编码点均可提供两个反投影方程。

1. 设第 $r(1 \leq r \leq k+1)$ 个视图与基准的转换关系为 $\mathbf{R}_{r-1}, \mathbf{t}_{r-1}$ (其中 $\mathbf{R}_0=\mathbf{I}$ 、 $\mathbf{t}_0=\mathbf{0}$), 其中共有 $n_{r-1}(1 \leq n_{r-1} \leq i)$ 个编码点, 对于其中的第 $s(1 \leq s \leq n_{r-1})$ 个编码点, 图像坐标系中的齐次坐标为 $(u_{r-1}^s, v_{r-1}^s, 1)^T$, 且此编码点在全局编码点中序号为 $t(1 \leq t \leq i)$, 其在全局坐标系中的齐次坐标为 $(x_w^t, y_w^t, z_w^t, 1)^T$, 有:

$$\begin{cases} (1+k_1r^2+k_2r^4)(u_{r-1}^s-u_0) - fN_x \frac{r_{r-1}^{11}x_w^t + r_{r-1}^{12}y_w^t + r_{r-1}^{13}z_w^t + t_{r-1}^1}{r_{r-1}^{31}x_w^t + r_{r-1}^{32}y_w^t + r_{r-1}^{33}z_w^t + t_{r-1}^3} \\ (1+k_1r^2+k_2r^4)(v_{r-1}^s-v_0) - fN_y \frac{r_{r-1}^{21}x_w^t + r_{r-1}^{22}y_w^t + r_{r-1}^{23}z_w^t + t_{r-1}^2}{r_{r-1}^{31}x_w^t + r_{r-1}^{32}y_w^t + r_{r-1}^{33}z_w^t + t_{r-1}^3} \end{cases} \quad (6-1)$$

其中:

$$r = \sqrt{\left(\frac{u_{r-1}^s - u_0}{N_x}\right)^2 + \left(\frac{v_{r-1}^s - v_0}{N_y}\right)^2} \quad (6-2)$$

由编码点反投影方程提供的参与优化的残差函数的总个数为:

$$m_1 = 2 \sum_{r=1}^{k+1} n_{r-1} \quad (6-3)$$

2. 设第 $r(1 \leq r \leq k+1)$ 个视图中共有 $m_{r-1}(1 \leq m_{r-1} \leq j)$ 个非编码点, 对于其中的第 $p(1 \leq p \leq m_{r-1})$ 个非编码点, 图像坐标系中的齐次坐标为 $(u_{r-1}^p, v_{r-1}^p, 1)^T$, 且此非编码点在全局非编码点中序号为 $q(1 \leq q \leq j)$, 其在全局坐标系中的齐次坐标为 $(x_w^q, y_w^q, z_w^q, 1)^T$, 有:

$$\begin{cases} (1+k_1r^2+k_2r^4)(u_{r-1}^p-u_0) - fN_x \frac{r_{r-1}^{11}x_w^q + r_{r-1}^{12}y_w^q + r_{r-1}^{13}z_w^q + t_{r-1}^1}{r_{r-1}^{31}x_w^q + r_{r-1}^{32}y_w^q + r_{r-1}^{33}z_w^q + t_{r-1}^3} \\ (1+k_1r^2+k_2r^4)(v_{r-1}^p-v_0) - fN_y \frac{r_{r-1}^{21}x_w^q + r_{r-1}^{22}y_w^q + r_{r-1}^{23}z_w^q + t_{r-1}^2}{r_{r-1}^{31}x_w^q + r_{r-1}^{32}y_w^q + r_{r-1}^{33}z_w^q + t_{r-1}^3} \end{cases} \quad (6-4)$$

其中:

$$r = \sqrt{\left(\frac{u_{r-1}^p - u_0}{N_x}\right)^2 + \left(\frac{v_{r-1}^p - v_0}{N_y}\right)^2} \quad (6-5)$$

由编码点反投影方程提供的参与优化的残差函数的总个数为:

$$m_2 = 2 \sum_{r=1}^{k+1} m_{r-1} \quad (6-6)$$

3. 正交约束, 对于第 $r(2 \leq r \leq k+1)$ 个视图, 与基准之间的旋转矩阵为 \mathbf{R}_{r-1} , 有:

$$\begin{cases} W_1 \left[(r_{r-1}^{11})^2 + (r_{r-1}^{21})^2 + (r_{r-1}^{31})^2 - 1 \right] = 0 \\ W_1 \left[(r_{r-1}^{12})^2 + (r_{r-1}^{22})^2 + (r_{r-1}^{32})^2 - 1 \right] = 0 \\ W_1 \left[(r_{r-1}^{13})^2 + (r_{r-1}^{23})^2 + (r_{r-1}^{33})^2 - 1 \right] = 0 \\ W_1 (r_{r-1}^{11}r_{r-1}^{12} + r_{r-1}^{21}r_{r-1}^{22} + r_{r-1}^{31}r_{r-1}^{32}) = 0 \\ W_1 (r_{r-1}^{12}r_{r-1}^{13} + r_{r-1}^{22}r_{r-1}^{23} + r_{r-1}^{32}r_{r-1}^{33}) = 0 \\ W_1 (r_{r-1}^{11}r_{r-1}^{13} + r_{r-1}^{21}r_{r-1}^{23} + r_{r-1}^{31}r_{r-1}^{33}) = 0 \end{cases} \quad (6-7)$$

此处取 $W_1=n$ 。可知, 由正交约束提供的参与优化的残差函数的总个数为:

$$m_3 = 6k \quad (6-8)$$

4. 标尺长度比值约束, 设经过 5.4 节优化, 两标尺在测量尺度空间中的长度分别为 l_1 、 l_2 , 有:

$$W_2 \left[l_1^2 - (L_1/L_2)^2 l_2^2 \right] = 0 \quad (6-9)$$

此处 $W_2=n$ 。可知, 由标尺长度比值约束提供的参与优化的残差函数总个数为:

$$m_4 = 1 \tag{6-10}$$

综上，参与优化的残差函数的总个数为：

$$m = m_1 + m_2 + m_3 + m_4 = 2 \sum_{r=1}^{k+1} n_{r-1} + 2 \sum_{r=1}^{k+1} m_{r-1} + 6k + 1 \tag{6-11}$$

给出了待优化参数初值、个数及残差方程、个数，即可采用 5.3 节介绍的 LM 法对待优化参数进行优化。

6.3 尺度空间恢复

根据 5.1.4 节中介绍，经过 6.2 节的 LM 法优化以后，需要根据长度精确已知的标尺将测量结果由测量尺度空间恢复至真实尺度空间^[27]。

设优化后两标尺在测量尺度空间中的长度分别为 l_1 、 l_2 ，则尺度恢复比例因子为 $\lambda = (L_1/l_1 + L_2/l_2)/2$ 。设非编码点在测量尺度空间中经过 6.2 节优化后的三维坐标为 $(x_w^q, y_w^q, z_w^q)^T (q=1, 2, \dots, j)$ ，则非编码点经尺度空间恢复后，在真实尺度空间中的三维坐标为 $(\lambda x_w^q, \lambda y_w^q, \lambda z_w^q)^T (q=1, 2, \dots, j)$ ，此结果为测量系统的最终测量结果。

6.4 实验验证

6.4.1 非编码点立体匹配实验

采用 6.1 节中介绍的方法，进行非编码点立体匹配实验，部分实验结果如图 6-2 所示。可见，大部分非编码点可正确匹配。非编码点全局漏匹配率为 5.31%。需要注意的是，虽然按照本文方法，漏匹配率略高，但是由于立体匹配时限定条件较为苛刻，因此，基本可以消除误匹配，保证测量结果的可靠性。

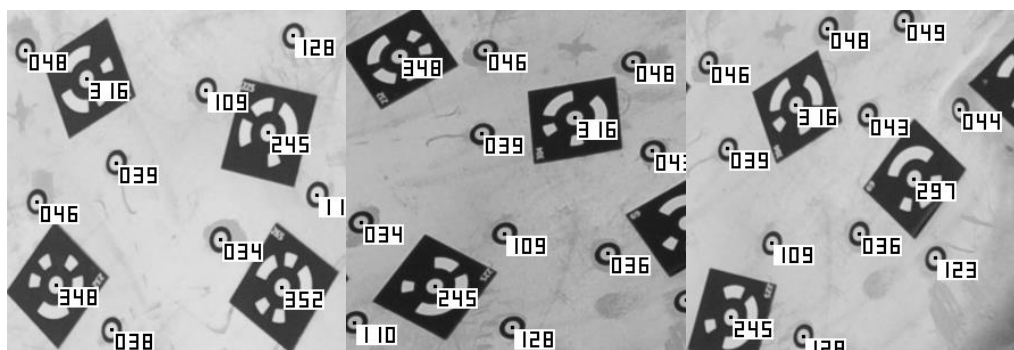


图 6-2 非编码点立体匹配实验结果

6.4.2 LM 法优化实验

实验条件与 5.5 节中介绍的相同，按照 6.2 节中的方法对待优化参数进行优化，结果如下：

表 6-1 数码相机内参数优化实验结果

u_0	v_0	N_x	N_y	f	k_1	k_2
2140.554	1411.811	179.223	179.192	24.745	0.000098	-0.000001

将标记点世界坐标及各视图拍摄位置通过 Imageware 绘于图 6-3 中。其中，空心圆表示编码点，实心圆表示非编码点，十字线表示各视图拍摄位置。

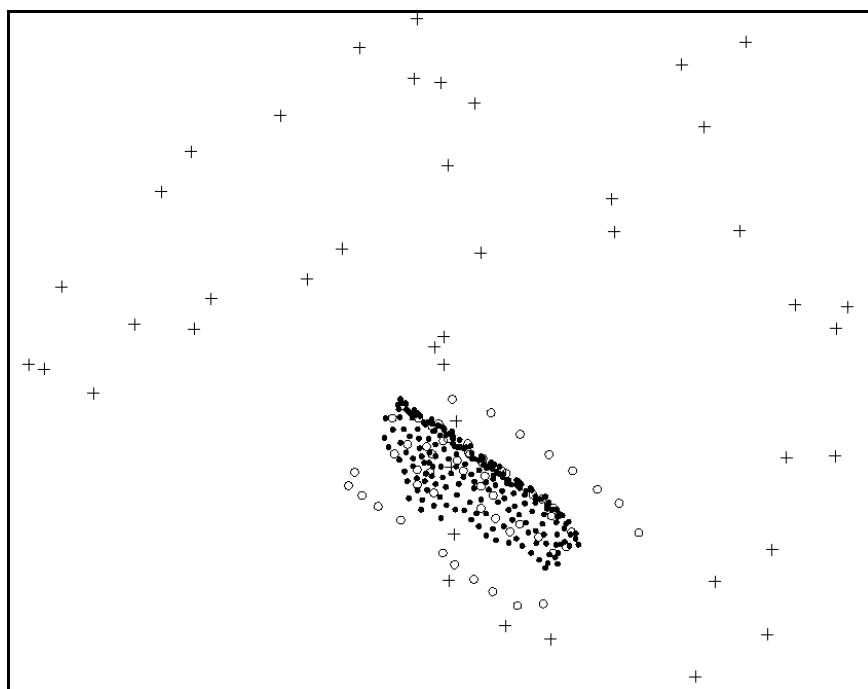


图 6-3 标记点世界坐标及各视图转换关系优化实验结果

6.4.3 尺度空间恢复实验

根据 6.3 节中的介绍，根据两标尺在测量尺度空间中的求得的长度及其在真实尺度空间中已知的长度进行尺度空间恢复。恢复后标尺重建长度与已知长度对比如下：

表 6-2 尺度空间恢复实验结果

标尺	已知长度/mm	重建长度/mm	绝对误差/mm	相对误差/%
L_1	1037.612	1037.565	-0.047	-0.004529
L_2	1037.047	1037.094	0.047	0.004532

6.4.4 测量精度分析实验

为验证测量系统整体测量精度，现将本系统测量结果与 Tritop 测量结果进行比较。通过各非编码点间的距离关系实现两次测量结果中非编码点的匹配，以任意对应距离之差作为评价标准，实验结果如下表所示：

表 6-3 测量精度分析实验结果（绝对误差）

绝对误差最大值/mm	绝对误差最小值/mm	绝对值平均值/mm
0.106	-0.492	0.163

表 6-4 测量精度分析实验结果（相对误差）

相对误差最大值/%	相对误差最小值/%	绝对值平均值/%
0.166	-0.27	0.041

可知，测量系统精度较高，可满足大尺寸、高精度的测量要求。

7 结论与展望

7.1 结论

本文基于多视图几何约束原理，研究了一种现场条件下的大尺寸视觉测量技术。通过手持单个数码相机从不同方位对被测物体进行自由拍摄，求解粘贴于被测物体表面的标记点（包括编码点与非编码点）的三维坐标。该技术操作灵活方便，自动化程度高，可在较大的测量空间内维持较高的全局测量精度。

本文的主要工作如下：

1. 介绍了背景意义、研究现状、研究内容；描述了技术构成、工作流程、测量原理。
2. 建立了数码相机的数学模型。分析了标记点的投影过程，建立了标记点空间位置与像面投影的数学关系，包含描述透视投影的线性模型以及描述镜头畸变的非线性模型。
3. 实现了标记点的提取及编码点的识别。在分析了标记点成像特点的基础上基于提出的六点法，实现了标记点的近似成像中心定位，经过像素级、亚像素级边缘检测及一系列后续操作，实现了标记点的高效提取；在分析平行投影成像特点的基础上，根据编码点的仿射变换不变性，提出基于等分椭圆内切圆法的识别算法，实现了编码点的鲁棒识别。
4. 建立了各视图之间的转换关系。分析了对级几何原理，通过估计并分解本质矩阵 \mathbf{E} 的方式求解公共编码点个数最多的两视图之间的旋转矩阵 \mathbf{R} 及平移矢量 \mathbf{t} ，并对公共编码点进行三维重建。以两视图公共编码点重建结果为定位基准，通过线性求解的方式求解其余视图与定位基准之间的转换关系，采用多视图三维重建的方法更新定位基准中现有编码点的三维坐标及向定位基准中加入新编码点的三维坐标，直至建立各视图之间的转换关系并求出所有编码点的三维坐标。
5. 实现了非编码点的立体匹配。在各视图转换关系已知的前提下，通过多视图极线约束实现了非编码点的立体匹配，并采用多视图三维重建的方法求出所有非编码点的三维坐标。
6. 完成了测量系统参数优化。在求解过程中，数码相机的内参数初值采用标称值，将其与求得各视图转换关系及标记点三维坐标作为待优化参数，采用 Levenberg-Marquardt (LM) 优化算法进行全局优化，得到各参数的最终结果。
7. 通过设计验证实验，验证了测量技术各个环节的实现情况，如标记点提取效率、精度，编码点识别率，非编码点匹配率及非编码点全局测量精度等。

7.2 展望

本文基于多视图几何约束原理，实现了对粘贴于大尺寸物体上的标记点的现场测量，但在一些方面还有待完善，需要进一步的研究，主要集中在如下几个方面：

1. 研究更加符合实际情况的数码相机镜头畸变模型^[9-11,33,34]。
2. 透视投影导致目标点中心在像面上的投影与目标点成像椭圆中心不重合。因此，需要研究提取目标点中心投影真实位置的方法^[35-38]。
3. 本文采用的非编码点立体匹配方法基于多视图几何约束原理，可以在此基础上加入几何相似性约束，提高匹配率^[39,40]。
4. 为保证各视图转换关系中旋转矩阵 \mathbf{R} 的正交性，本文在优化的过程中采用正交性约束的方式加以实现，也可采用角度^[32]或者四元数^[9]的方式描述旋转矩阵，从而避免引入正交性约束。
5. 在对待优化参数进行优化的过程中，由于参数个数及方程个数众多，导致优化过程耗时较长，应对优化算法或数据结构在耗时方面进行改进^[26]。

参考文献

- [1] Zhu S, Gao Y. Noncontact 3-D coordinate measurement of cross-cutting feature points on the surface of a large-scale workpiece based on the machine vision method[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2010, 59(7): 1874-1887.
- [2] Sun J, Zhang J, Liu Z, et al. A vision measurement model of laser displacement sensor and its calibration method[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2013, 51(12): 1344-1352.
- [3] 李喆, 丁振良, 袁峰. 基于共面点的多视觉测量系统的全局标定[J]. 光学精密工程, 2008, 16(3): 467-472.
- [4] 张旭苹, 汪家其, 张益昕, 等. 大尺度三维几何尺寸立体视觉测量系统实现[J]. 光学学报, 2012, 32(3): 0315002.
- [5] 解则晓, 韩振华, 高翔. 光笔式单目视觉测量系统的关键技术[J]. 中国光学, 2013, 6(5): 780-787.
- [6] 解则晓, 金明, 辛悦向. 基于双目立体视觉的光笔式三坐标测量系统[J]. 中国机械工程, 2008, 19(8): 896-899.
- [7] Xie Z, Wang X, Chi S. Simultaneous calibration of the intrinsic and extrinsic parameters of structured-light sensors[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2014, 58: 9-18.
- [8] 孙军华, 张广军, 魏振忠, 等. 大型自由曲面移动式三维视觉测量系统[J]. 仪器仪表学报, 2006, 27(12): 1688-1691.
- [9] Zheng J, Zhang L, Du X. Accurate 3D target positioning in close range photogrammetry with implicit image correction[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2009, 22(6): 649-657.
- [10] 隆昌宇, 郝继贵, 郭寅, 林嘉睿. 移动视觉测量中基于空间交会的匹配方法[J]. 光学学报, 2014, 34(8): 0815001.
- [11] 刘建伟, 梁晋, 梁新合, 等. 大尺寸工业视觉测量系统[J]. 光学精密工程, 2010, 18(1): 126-134.
- [12] Forbes K, Voigt A, Bodika N. An inexpensive, automatic and accurate camera calibration method[C]//Proc. of the Thirteenth Annual South African Workshop on Pattern Recognition. 2002: 1-6.
- [13] 钟慧湘. 基本矩阵计算方法的研究[D]. 吉林大学, 2005.
- [14] 张靖, 朱大勇, 张志勇. 摄像机镜头畸变的一种非量测校正方法[J]. 光学学报, 2008, 28(8): 1552-1557.
- [15] 解则晓, 高翔, 崔健. 移动式三维测量用圆形标记点提取算法[J]. 中国激光, 2013, 40(12): 1208002.
- [16] Ghosal S, Mehrotra R. Orthogonal moment operators for subpixel edge detection[J]. Pattern Recognition, 1993, 26(2): 295-306.

- [17] 高世一, 赵明扬, 张雷, 等. 基于 Zernike 正交矩的图像亚像素边缘检测算法改进[J]. 自动化学报, 2008, 34(9): 1163-1168.
- [18] 曲迎东, 李荣德, 白彦华, 等. 高速的 9×9 尺寸模板 Zernike 矩边缘算子[J]. 光电子·激光, 2010, 21(11): 1683-1687.
- [19] Hekklia J, Selven O. A four-step camera calibration procedure with implicit image correction[A]. IEEE Proceedings of the 1997 Conference on Computer Vision and Pattern Recognition[C]. 1997: 1106-1112.
- [20] 刘书桂, 李蓬, 那永林. 基于最小二乘原理的平面任意位置椭圆的评价[J]. 计量学报, 2002, 23(4): 245-247.
- [21] 宋丽梅, 陈昌曼, 陈卓, 等. 环状编码标记点的检测与识别[J]. 光学精密工程, 2013, 21(12): 3239-3247.
- [22] 徐士良. 数值分析与算法[M]. 北京: 机械工业出版社, 2007.
- [23] 解则晓, 高翔, 朱瑞新. 环状编码标记点的高效提取与鲁棒识别算法[J]. 光电子·激光, 2015, 26(3): 559-566.
- [24] Canny J. A computational approach to edge detection[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1986 8(6): 679-698.
- [25] Ranganathan A. The levenberg-marquardt algorithm[J]. Tutorial on LM Algorithm, 2004: 1-5.
- [26] Lourakis M, Argyros A. The design and implementation of a generic sparse bundle adjustment software package based on the levenberg-marquardt algorithm[R]. Technical Report 340, Institute of Computer Science-FORTH, Heraklion, Crete, Greece, 2004.
- [27] 叶南. 基于机器视觉的板料成形性能分析关键技术及系统实现[D]. 南京航空航天大学, 2010.
- [28] Hartley R. In defense of the eight-point algorithm[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1997, 19(6): 580-593.
- [29] Hartley R, Zisserman A. Multiple view geometry in computer vision[M]. Cambridge university press, 2003.
- [30] 方卫东. 矩阵分析引论[M]. 华南理工大学出版社, 1992.
- [31] Nistér D. An efficient solution to the five-point relative pose problem[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2004, 26(6): 756-770.
- [32] 郭磊. 移动视觉精密测量关键技术研究[D]. 天津大学, 2011.
- [33] Wei G, Ma S. Implicit and explicit camera calibration: Theory and experiments[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1994, 16(5): 469-480.
- [34] Fraser C S. Digital camera self-calibration[J]. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote sensing, 1997, 52(4): 149-159.

- [35] 魏振忠, 张广军. 透视投影变换中椭圆中心畸变误差模型及其仿真研究[J]. 仪器仪表学报, 2003, 24(2): 160-164.
- [36] 邢德奎, 达飞鹏, 张虎. 圆形目标精密定位方法的研究与应用[J]. 仪器仪表学报, 2009, 30(12): 2593-2598.
- [37] 张虎, 达飞鹏, 李勤. 基于两相同圆的自标定算法[J]. 仪器仪表学报, 2010, 31(3): 618-624.
- [38] 李占利, 刘梅, 孙瑜. 摄影测量中圆形目标中心像点计算方法研究[J]. 仪器仪表学报, 2011, 32(10): 2235-2241.
- [39] 张维中, 张丽艳, 王晓燕, 等. 基于标记点的图像特征匹配的鲁棒算法[J]. 中国机械工程, 2006, 17(22): 2415-2418.
- [40] 解则晓, 陆文娟. 基于图像相似几何特征的双目匹配算法[J]. 中国激光, 2014, 41(5): 0508002.

致 谢

值此论文完成之际，谨向所有指导、关心和帮助我的师长、同学、朋友和亲人表示由衷的感谢。

我深深地感谢指导教师解则晓教授三年来对我的关心、鼓励和帮助。从论文选题、研究方法、技术路线到编程实验和论文撰写都得到了解老师的悉心指导。我三年来所取得的每一点进步都离不开解老师的帮助，每一点成绩都凝聚着解老师的心血，我永远不会忘记他三年来在学习、工作和生活等多方面给我的无私关怀。当我科研工作遇到困难时，解老师帮我分析原因，提出解决方案，并鼓励我继续钻研，使我能够顺利地完成论文；在我研三复习考博时，解老师表示理解与支持，没有给我安排沉重的科研任务，并时常关心我的备考情况，使我能够如愿考入理想的学府。解老师渊博的学识、敏锐的洞察力、严谨的治学态度、诲人不倦的精神和为人宽大的胸怀将使我永远铭记。

感谢三年来，我所有的老师。他们的辛勤教导、孜孜不倦，让我掌握了丰富的专业知识；他们的言传身教、潜移默化，让我学到了很多人生的宝贵经验。

感谢实验室已经毕业的孙洪磊、刘鹏、韩振华、顾宾、商大伟、刘博闻师兄和张梦泽同学。你们的帮助让我快速融入实验室生活，走上科研正轨。

感谢同实验室的王晓敏、陆文娟、潘成成、刘静晓、吴佩欣、魏征、朱瑞新、牟楠、陈文柱、马奔、周作琪的帮助。每次与你们探讨问题，都能让我产生了灵感的火花。大家共同营造了一个温馨和谐、积极进取的科研氛围，每个人的能力于此都得到了充分的提高。

感谢吴焕芝同学在论文完成过程中对我学习和生活上的支持与鼓励。

特别感谢我的父母，感谢他们的无私奉献与关怀。父母不仅在物质上满足我的需求，他们更像我的朋友，倾听我的快乐与苦恼，给我建议和帮助，是我最大的精神支柱。

最后，再次向所有关心、支持和帮助我的人们致以诚挚的谢意，同时感谢百忙之中参加论文答辩的各位专家的到来。

个人简历

1989年3月出生于山东省临沂市。

2008年9月考入中国海洋大学工程学院自动化专业，2012年6月本科毕业并获得工学学士学位。

2012年9月保送进入中国海洋大学工程学院控制理论与控制工程专业，攻读硕士学位至今。

科研成果

- [1] 解则晓, 高翔, 崔健. 移动式三维测量用圆形标记点提取算法[J]. 中国激光, 2013, 40(12): 1208002. (EI: 20140317204193)
- [2] 解则晓, 高翔, 朱瑞新. 环状编码标记点的高效提取与鲁棒识别算法[J]. 光电子·激光, 2015, 26(3): 559-566. (EI: 20151900818041)
- [3] 解则晓, 韩振华, 高翔. 光笔式单目视觉测量系统的关键技术[J]. 中国光学, 2013, 6(5): 780-787.



中国海洋大学
OCEAN UNIVERSITY OF CHINA

硕士学位论文

